बोर्ड परीक्षा परिणाम उन्नयन हेतु ऐतिहासिक पहल...

शेखावाटी मिशन-100

गणित

कक्षा – 10

कार्यालय : संयुक्त निदेशक स्कूल शिक्षा, चूरू संभाग, चूरू (राज.)

प्रभारी : शैक्षिक प्रकोष्ठ अनुभाग, जिला शिक्षा अधिकारी माध्यमिक, सीकर

: missionshekhawati100@gmail.com | 9413361111, 9828336296

टीम शेखावाटी मिशन-100

घनश्यामदत्त जाट
मुख्य जिला शिक्षा अधिकारी
झुन्झुनू-सीकर (राज.)

रमेशचन्द्र पूनियां
जिला शिक्षा अधिकारी
चूरू (राज.)

लालचन्द नहलिया
जिला शिक्षा अधिकारी मा.
सीकर (राज.)

अमर सिंह पचार
जिला शिक्षा अधिकारी (मा.)
झुन्झुनू (राज.)

रिछपाल सिंह मील
अति. जिला परि. समन्वयक
समग्र शिक्षा, सीकर (राज.)

महेन्द्र सिंह बड़सरा
सहायक निदेशक
कार्यालय संयुक्त निदेशक, चूरू

हरदयाल सिंह फगेड़िया
प्रभारी शेखावाटी मिशन-100
अति. जिला शिक्षा अधिकारी (मा.)
सीकर (राज.)

रामचन्द्र सिंह बगड़िया
अति. जिला शिक्षा अधिकारी (मा.)
सीकर (राज.)

नीरज सिहाग
अति. जिला शिक्षा अधिकारी (मा.)
झुन्झुनू (राज.)

सांवरमल गहनोलिया
अति. जिला शिक्षा अधिकारी (मा.)
चूरू (राज.)

महेश सेवदा
संयोजक शेखावाटी मिशन-100
सीकर (राज.)

रामावतार भदाला
सहसंयोजक शेखावाटी मिशन-100
सीकर (राज.)

तकनीकी सहयोग

राजीव कुमार, निजी सहायक | पवन ढाका, कनिष्ठ सहायक | महेन्द्र सिंह कोक, सहा. प्रशा. अधिकारी | अभिषेक चौधरी, कनिष्ठ सहायक

जिला शिक्षा अधिकारी माध्यमिक (मुख्यालय), सीकर

शैक्षिक प्रकोष्ठ अनुभाग, जिला शिक्षा अधिकारी माध्यमिक, सीकर

माननीय शिक्षा मंत्री की कलम से.....

!! शुभकामना संदेश !!

सम्मानित शिक्षक साथियों,

हम सभी के लिए यह गौरव का विषय है कि राजस्थान शिक्षा के क्षेत्र में नित नये आयाम छू रहा है। नीति आयोग के नेशनल अचीवमेंट सर्वे (NAS) 2020 में राजस्थान सम्पूर्ण भारत में तीसरे स्थान पर रहा है। इस वर्ष राजस्थान, इंस्पायर अवार्ड मानक योजना में 8027 बाल वैज्ञानिकों के चयन के साथ पूरे देश में प्रथम स्थान पर रहा हैं। इसी परम्परा व सोच को निरन्तर बनाए रखने के प्रयास में इस वर्ष शेखावाटी मिशन–100 का क्रियान्वयन संयुक्त निदेशक परिक्षेत्र चूरु के अधीन जिला शिक्षा अधिकारी (मुख्यालय) माध्यमिक शिक्षा सीकर द्वारा किया जा रहा है। अनुभवी तथा ऊर्जावान विषय विशेषज्ञों की लगन व अथक मेहनत से माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान द्वारा जारी संशोधित पाठ्यक्रम व मॉडल पेपर के आधार पर विषयवस्तु व मॉडल पेपर तैयार किये गये हैं, जिनको बोर्ड परीक्षा परिणाम उन्नयन के लिए विद्यार्थियों तक पहुँचाया जा रहा है।

मैं इस मिशन प्रभारी सहित सभी विषयाध्यापकों की कर्मठ टीम को धन्यवाद ज्ञापित करता हूँ, जिन्होंने अपनी समर्पित कार्यशैली से इस नवाचारी कार्य को अंजाम दिया है। मेरा सभी संस्थाप्रधानों से आग्रह है कि वे सभी विषयाध्यापकों से समन्वय कर इस परीक्षोपयोगी सामग्री को विद्यार्थियों तक पहुँचाना सुनिश्चित करें।

मैं आशा करता हूँ कि आपका प्रयास पूरे प्रदेश के विद्यार्थियों के लिए एक नवाचार साबित होगा एवं उनके लक्ष्यों की प्राप्ति में सहायक सिद्ध होगा।

शुभकामनाओं सहित।

3/3/21

गोविन्द सिंह डोटासरा
शिक्षा राज्य मंत्री (स्वतंत्र प्रभार)
राजस्थान सरकार, जयपुर

निदेशक महोदय की कलम से.....

!! शुभकामना संदेश !!

सम्मानित शिक्षक साथियों,

मुझे यह जानकर अत्यन्त प्रसन्नता हुई है कि संयुक्त निदेशक स्कूल शिक्षा, चूरु संभाग, चूरु के नेतृत्व में 'शेखावाटी मिशन–100' के तहत माध्यमिक तथा उच्च माध्यमिक परीक्षा 2021 में शामिल होने वाले विद्यार्थियों हेतु बोर्ड परीक्षा में उपयोगी विषयवस्तु एवं प्रश्नकोश तैयार किया जा रहा है हालांकि यह सत्र कोविड–19 के कारण प्रभावित रहा है इसमें विद्यार्थियों को अनेक परेशानियों का सामना करना पड़ा।

'शेखावाटी मिशन–100' की टीम ने विद्यार्थियों के हित को देखते हुए संशोधित पाठ्यक्रम के अनुसार नवाचार करने का प्रयास किया। विद्यार्थियों के लिए जो विषयवस्तु व प्रश्नकोश निर्माण किया है आशा करते है कि यह विद्यार्थियों के लिए निश्चित रूप से सफलता प्राप्त करने में लाभदायक सिद्ध होगा।

प्रतिभाशाली और कर्मठ ऊर्जावान शेखावाटी मिशन–100 की टीम को मेरी ओर से हार्दिक बधाई और उज्जवल भविष्य की शुभकामनाएँ।

शुभकामनाओं सहित।

सौरभ स्वामी (IAS)
निदेशक माध्यमिक शिक्षा राजस्थान,
बीकानेर

संयुक्त निदेशक की कलम से.....

!! शुभकामना संदेश !!

सम्मानित शिक्षक साथियों,

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान की बोर्ड परीक्षाओं के परीक्षा परिणाम में मात्रात्मक एवं गुणात्मक अभिवृद्धि हेतु एक शैक्षिक नवाचार के रूप में 2017–18 में शेखावाटी मिशन–100 शुरु किया गया था। इस वर्ष शेखावाटी मिशन–100 की जिम्मेदारी संयुक्त निदेशक स्कूल शिक्षा चूरु संभाग के नेतृत्व में जिला शिक्षा अधिकारी (मुख्यालय) माध्यमिक सीकर को मिली है। इस नवाचारी पहल ने पिछले 03 वर्षो में चूरु संभाग में बोर्ड परीक्षा परिणाम में सफलता के नये आयाम बनाये हैं।

पिछले वर्षो में मिली इस अभूतपूर्व सफलता से अभिप्रेरित होकर इस वर्ष शेखावाटी मिशन–100 का दायरा बढ़ाकर 17 विषयों तक किया गया है। इस वर्ष कक्षा–10 के 07 विषयों (संस्कृत व उर्दू सहित) तथा कक्षा 12 में 10 विषयों, जिनमें अनिवार्य हिन्दी व अंग्रेजी के अलावा विज्ञान संकाय में 04 विषयों (भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान, जीव विज्ञान व गणित) तथा कला संकाय में 04 विषयों (हिन्दी, साहित्य, राजनीति विज्ञान, इतिहास व भूगोल) के लिए बोर्ड द्वारा संशोधित पाठ्यक्रम व मॉडल पेपर के आधार पर अध्ययन सामग्री व मॉडल पेपर तैयार किये गये हैं। पाठ्य विषय वस्तु को इस प्रकार तैयार किया गया है कि सभी तरह के बौद्धिक स्तर वाले विद्यार्थी कम समय में भी अधिकतम अंक अर्जित कर सकेंगे।

शेखावाटी मिशन–100 में उन विषय विशेषज्ञों का चयन किया गया है जिनके पिछले वर्षो में अपने विषयों के गुणात्मक रूप से शानदार परीक्षा परिणाम रहे हैं।

मैं इस मिशन को सफल बनाने में सहयोग के लिए संभाग के सभी शिक्षा अधिकारियों एवं विषय विशेषज्ञों का तहेदिल से आभार व्यक्त करता हूँ।

शुभकामनाओं सहित।

लालचन्द बलाई
संयुक्त निदेशक
स्कूल शिक्षा, चूरू संभाग, चूरू

शेखावाटी मिशन-100

बोर्ड परीक्षा परिणाम उन्नयन कार्यक्रम सत्र : 2020-21
माध्यमिक परीक्षा - 2021

विषय : गणित-10

सर्वश्रेष्ठ सफलता सुनिश्चित करने हेतु सर्वश्रेष्ठ संकलन

हरदयाल सिंह फगेड़िया
प्रभारी शेखावाटी मिशन-100
अति. जिला शिक्षा अधिकारी (मा.)
सीकर (राज.)

महावीर प्रसाद नेहरा
संयोजक गणित
रा.उ.मा.वि., कासली (सीकर)
मो. : 9784350847

प्यारेलाल ढाका
सहसंयोजक गणित
रा.उ.मा.वि., भोजासर बड़ा (सीकर)
मो. : 9875164894

जितेन्द्र बगड़िया
रा.मा.वि., भूमा छोटा (सीकर)
मो. : 9950464643

अंशू
रा.उ.मा.वि., गोठड़ा तगेलान (सीकर)

राकेश कुमार पूनियां
रा.उ.मा.वि., रोसावा (सीकर)

मदनलाल रणवां
रा.उ.मा.वि., पचार (सीकर)

शैक्षिक प्रकोष्ठ अनुभाग, जिला शिक्षा अधिकारी माध्यमिक, सीकर

Unit-1
वैदिक गणित

अंक = 05

प्रश्न 1. 21 का वर्ग होगा–

प्रश्न 2. 105 का घनफल होगा –

प्रश्न 3. 589×511 का गुणनफल ज्ञात करने वाले श्रेष्ठ सूत्र का उपयोग कीजिए

प्रश्न 4. वैदिक गणित का उपयोग करते हुए $41\frac{1}{4} \times 41\frac{3}{4}$ का गुणनफल ज्ञात कीजिए–

प्रश्न 5 सूत्र निखिलम का प्रयोग कर 107 का वर्ग ज्ञात कीजिए–

हल – प्रश्न 1 के अनुसार

प्रश्न 6 सूत्र निखिलम का प्रयोग कर 27 घनफल ज्ञात कीजिए–

हल – प्रश्न 2के अनुसार

प्रश्न 7. निखिलम विधि से भाग दीजिए –

(1) $311 \div 8$ (2) $1013 \div 88$

प्रश्न 8. सूत्र परावर्त्य द्वारा भाग दीजिए –

(1) $2112 \div 97$ (2) $1358 \div 113$

प्रश्न 9. ध्वजांक विधि से भाग दीजिए –

$58764 \div 59$

हल 1– उपाधार विधि सूत्र – निखिलम सूत्र

(संख्या)^2 = उपाधार अंक (संख्या+विचलन) / (विचलन)^2

$(21)^2 = 2(21+1)/(1)^2$ संकेत

$= 2 \times 22/1$ आधार = 10

$= 44/1$ उपाधार अंक = 2

$= 441$ विचलन = 1

हल 2– आधार विधि सूत्र :– निखिलम सूत्र

(घनफल) = संख्या + 2 × विचलन / 3 × (विचलन)^2 / (विचलन)^3

$(105)^3 = 105 + 2 \times 5/3 \times (5)^2/(5)^3$

$= 105 + 10/3 \times 25/125$ आधार = 100

$= 115/75/125 =$

$= 115/75/1^{25}$ विचलन = 5

$= 115/76/25$

$= 1157625$ ans.

हल 3– सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का उपयोग शीघ्रता से उतर ज्ञात करने में किया जाता है –

589×511 $\{89 + 11 = 100\}$

$= 5 \times 6/89 \times 11$

$= 30/0979$ यहाँ 4 अंक पूरा करने के लिए शून्य लगाते हैं।

$= 300979$

हल 4. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ और निखिलम अंक समान है। सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण से

$= 41 \times 42/\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$

$= 1722\frac{3}{16}$ ans.

हल 7. $311 \div 8$ आधार = 10, विचलन = 2

खण्ड

(i)

प्रथम	मध्य		तृतीय
8	3	1	1
2	↓	6	-
		↓	14
	3	7	15
	+1		-8
	38		7
	भागफल		शेषफल

अतः भागफल = 38

शेषफल = 7

शेखावाटी मिशन–100

खण्ड

(ii)

प्रथम	मध्य		तृतीय	
88	1	0	1	3
12	↓	1	2	-
			1	2
	1	1	4	5

आधार = 100
विचलन = 12
अतः भागफल = 11
शेषफल = 45

हल 8 (i) 2112÷97 आधार = 100, विचलन = –03

खण्ड

	प्रथम		मध्य		तृतीय	
भाजक	9	7	2	1	1	2
विचलन	-0	-3	↓	0	6	-
परिवर्तित अंक	0	3		↓	0	3
			2	1	7	5
			भागफल		शेषफल	

अतः भागफल= 21
शेषफल = 75

(ii) 1358÷113 आधार = 100

खण्ड

	प्रथम	मध्य		तृतीय	
भाजक	1 1 3	1	3	5	8
विचलन	1 3	↓	-1	-3	-
परिवर्तित अंक	-1 -3			-2	-6
		1	2	0	2
		भागफल		शेषफल	

अतः भागफल= 12
शेषफल = 02

हल 9– 58764÷59 (ध्वजांक विधि)

ध्वजांक	9	5	8	7	6	4
मुख्यांक	5	~~0~~	13	11		~~0~~ 5
		~~1~~	9	9	~~7~~ 6	0

संकेतः– (i) भाजक 59, मुख्यांक = 5, ध्वजांक = 9

(ii) 5÷5, भागफल = 1, शेषफल = 0

(iii) नया भाज्य = 08

(iv) संशोधित भाज्य = नया भाज्य – भागफल × ध्वजांक

$= 08 - 1 \times 9$

$= 8 - 9 = -1$ (ऋणात्मक नहीं होगा)

प्रक्रिया (iv) निरस्त करने योग्य है–

(v) $58 \div 5$, भागफल = 9, शेषफल = 13

(vi) नया भाज्य = 137

(vii) संशोधित भाज्य = $137 - 9 \times 9 = 137 - 81 = 56$

(viii) $56 \div 5$, भागफल = 9, शेषफल = 11

(ix) नया भाज्य = 116

(x) संशोधित भाज्य = $116 - 9 \times 9 = 116 - 81 = 35$

(xi) $35 \div 5$, भागफल = 7, शेषफल = 0

(xii) नया भाज्य = 4

(xiii) संशोधित भाज्य = $4 - 9 \times 7 = 4 - 63 = -59$ निरस्त करने योग्य

(xiv) $35 \div 5$, भागफल = 6, शेषफल = 5

(xv) नया भाज्य = 54

(xvi) संशोधित भाज्य = $54 - 9 \times 6 = 54 - 54 = 00$ शेषफल = 00

अतः भागफल = 996 शेषफल = 0

शेखावाटी मिशन–100

Unit - 3
बीजगणित

(1) बहुपद के शून्यक, शून्यकों व गुणांकों में संबंध,
द्विघात सभी का मानक रूप एवं हल, विविक्तिकर व मूलों की प्रकृति

(2) दो चरों वाले रैखिक समीकरण – संगत/असंगत, आलेखीय हल

(3) समान्तर श्रेढ़ी – AP की पहचान करना एवं सार्व अन्तर n वां पद ज्ञात करना।

Chapter – 3
बहुपद (Polynomials)

साधारणतया ऐसा बीजीय व्यंजक जिसमें उपस्थित चर की घात प्रत्येक पद में धनात्मक पूर्णांक हों, बहुपद कहलाता है।

बहुपद $f(x)$ में चर x की उच्चतम घात ही बहुपद की घात कहलाती है।

Ex. $f(x)=ax+b$ रैखिक या एक घातीय बहुपद

$f(x)=ax^2+bx+c$ द्विघातीय बहुपद

$f(x)=ax^3+bx^2+x+d$ त्रिघातीय बहुपद

प्रश्न. 1 निम्नलिाति में से बहुपद नहीं हैं–

(i) $9x^3+6$ (ii) $t^3+\frac{1}{t}+2t$ (iii) $2y^2+3t+4$ (iv) $a^{100}+4$

उत्तर – (b) क्योंकि व्यंजक $t^3+\frac{1}{t}+2t$ में द्वितीय पद में चर t की घात –1 है जो धनात्मक पूर्णांक नहीं हैं। अतः बहुपद नहीं है।

बहुपद के शून्यक :– एक वास्तविक संख्या a किसी बहुपद $f(x)$ का शून्यक कहलाता है यदि $f(a)=0$ है अर्थात चर का वह मान जिसके लिए बहुपद का मान शून्य हो जाए, बहुपद का शून्यक कहलाता है।

शून्यकों की संख्या :– किसी बहुपद के शून्यकों की संख्या उस बहुपद में चर की अधिकतम घात के बराबर होती हैं

द्विघात बहुपद :–

सामान्य रूप $-ax^2+bx+c$ जहां a,b,c वास्तविक संख्याए तथा $a\neq 0$

द्विघात बहुपद के गुणांकों एवं शून्यकों में सम्बंध माना द्विघात बहुपद $f(x)=ax^2+bx+c$ के शन्यक a व β है तब

1. शून्यकों का योग $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-(x)}{x^2}$ का गुणांक

2. शून्यको का गुणन $a.\beta=\frac{c}{a}=$ अचर पद / x^2 का गुणांक

यदि a व b द्विघात बहुपद के शून्यक हो तब बहुपद $f(x)$ निम्न प्रकार लिखा जाता हैं :–

$f(x)=x^2-(a+b)x+ab=x^2-$ (शून्यकों का योग) $x+$ शून्यकों का गुणनफल

प्रश्न. 2 द्विघात बहुपद $3x^2+5x-2$ के शून्यक ज्ञात करो एवं गुणाको तथा शून्यकों में सम्बन्ध की जाँच कीजिए।

उत्तर – $f(x)=3x^2+5x-2$

$=3x^2+6x-x-2$

$=3x(x+2)-1(x+2)$

$=(x+2)(3x-1)$

शून्यकों के लिए $f(x)=0$ लेने पर $(x+2)(3x-1)=0$

$(x+2)=0$ या $3x-1=0$

$x=-2$ या $x=\frac{1}{3}$

अत: शून्यक $x=-2,\frac{1}{3}$

शन्यकों गुणांकों में सम्बन्ध की जांच

(i) शून्यकों का योग $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-x}{x^2}$ का गुणांक

$$-2+\frac{1}{3}=\frac{-5}{3}$$

$$\frac{-5}{3}=\frac{-5}{3}$$

(a) शून्यकों का गुणन $a\times\beta=\frac{-c}{a}=$ अचर पद / x^2 का गुणांक

$$-2\times\frac{1}{3}=\frac{(-2)}{3}$$

$$\frac{-2}{3}=\frac{-2}{3}$$

अभ्यास प्रश्न :–

प्रश्न. 3. निम्न बहुपदों के शून्यक ज्ञात करो एवं शून्यकों व गुणांकों में सम्बन्ध की जाँच कीजिए।

(i) $4x^2-4x+1$ (ii) $6x^2-x-2$ (iii) $x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}$

प्रश्न. 4 द्विघात बहुपद ज्ञात करो जिसके शून्यकों का योग –3 व गुणन 2 है।

उत्तरः– द्विघात बहुपद $f(x)=x^2-$ (शून्यकों का योग) $x+$ शून्यकों का गुणन

$$=x^2-(-3)x+2$$

$$f(x)=x^2+3x+2$$

अभ्यास प्रश्न

प्रश्न. 5. द्विघात बहुपद ज्ञात करो जिसके शून्यकों का योग व गुणन क्रमशः हो गई संख्याएं है।

(i) 1,1 (ii) $0,\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{2},\frac{1}{3}$

प्रश्न. 6. $6k$ का मान ज्ञात करो यदि बहुपद $f(x)=x^2-(k^2-1)x+1$ के शून्यकों का योग 3 हो।

उत्तर – गुणांकों और शून्यकों में सम्बन्ध से माना शून्यक α व β है

तब $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-\left[-(k^2-1)\right]}{1}$

प्रश्नानुसार $\alpha+\beta=3$

समीकरण 1 व 2 से

$$(k^2-1)=3$$

$$k^2=4$$

$$k=\sqrt{4}=\pm2$$

अतः k के ±2 मान के लिए शून्यकों का योग 3 होगा।

प्रश्न. 7. यदि बहुपद $f(x)=mx^2-2x+(2m-1)$ के शून्यकों का गुणनफल 3 हो तो m का मान ज्ञात करो।

उत्तर – गुणांको एवं शून्यकों में सम्बन्ध से माना शून्यक α व β है तब

$\alpha,\beta=\frac{c}{a}=\frac{2m-1}{m}$ (1)

प्रश्नानुसार $\alpha.\beta=3$ (2)

अतः समीकरण 1 व 2 से

$$\frac{2m-1}{m}=3$$

$$3m=2m-1$$

$$3m-2m=-1$$

$$m=-1$$

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न. 8. द्विघात बहुपद $f(x) = x^2 - 2x - 8$ के शून्यक ज्ञात करो।

उत्तर – $f(x) = x^2 - 2x - 8$

$= x^2 - 4x + 2x - 8$

$= x(x-4) + 2(x-4)$

$= (x-4)(x+2)$

शून्यकों के लिए $f(x) = 0$

$(x-4)(x+2) = 0$

$(x-4) = 0$ या $x = -2$

अतः शून्यक $= 4, -2$

प्रश्न. 9. द्विघात बहुपद ज्ञात करो जिसके शून्यको का योग $\frac{1}{4}$ व गुणन -1 है।

उत्तर – बहुपद $f(x) = x^2 - x$ (शून्यकों का योग) + शून्यकों का गुणन

$= x^2 - x \times \frac{1}{4} + (-1)$

$f(x) = x^2 - \frac{x}{4} - 1$

or $f(x) = 4x^2 - x - 4$

द्विघात समीकरण

व्यापक रूप $ax^2 + bx + c = 0$ जहाँ a, b, c वास्तविक संख्याएं है तथा $a \neq 0$

गुणनखण्ड विधि द्वारा द्विघात समीकरण के हल

1. दांये पक्ष में 0 लेकर सभी पदों को LHS में लिखिए।
2. LHS को $(ax+b)(cx+d)$ के रैखिक गुणनखण्डों के रूप में लिखिए।
3. प्रत्येक रैखिक गुणनखण्ड को 0 के बराबर रखिए।
4. वांछित हल प्राप्त करो।

प्रश्न. 1. गुणन खण्ड विधि द्वारा द्विघात समीकरण $x^2 - 3x - 10 = 0$ के मूल ज्ञात करो।

उत्तर – दिया गया समीकरण $x^2 - 3x - 10 = 0$

$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$x(x-5) + 2(x-5) = 0$

$(x-5)(x+2) = 0$

$x - 5 = 0$ या $x + 2 = 0$

$x = 5$ या $x = -2$

अतः समीकरण के हल/मूल $= 5, -2$

प्रश्न. 2. गुणनखण्ड विधि द्वारा द्विघात समीकरण $\frac{4}{x} - 3 = \frac{5}{2x+3}$ जहां $x \neq 0, \frac{-3}{2}$ के मूल ज्ञात करो।

उत्तर – दिया गया समीकरण $\frac{4}{x} - 3 = \frac{5}{2x+3}$

$\frac{4-3x}{x} = \frac{5}{2x+3}$ लघुतम लेने पर

$(4-3x)(2x+3) = 5x$ ब्रज गुणा करने पर

$8x - 6x^2 + 12 - 9x = 5x$

शेखावाटी मिशन–100

$6x^2+6x-12=0$

$6(x^2+x-2)=0$

$(x^2+x-2)=0$

$x^2+x-2=0$

$x^2+2x-x-2=0$

$x(x+2)-1(x+2)=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$(x+2)$ या $(x-1)=0$

$x=-2$ या $x=1$

अतः समीकरण के मूल $=-2,1$

द्विघात समीकरण में विविक्तिकर एवं मूलो की प्रकृति $\rightarrow$ द्विघात समीकरण $ax^2+bx+c=0$ में राशि (b^2-4ac) विविक्तिकर कहलाती है। $D=b^2-4ac,\ a,b,c$ वास्तविक संख्याएं है।

मूलो की प्रकृति :– द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति विविक्तिकर $D=(b^2-4ac)$ पर निर्भर करती है।

1. यदि $D=(b^2-4ac)>0$ हो, तो द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक एवं पृथक–पृथक होंगे अर्थात यदि मूल α व β है तो

$$a=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, B=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2. यदि $D=(b^2-4ac)=0$ हो, तो समीकरण के मूल वास्तविक एवं समान होगे अर्थात $\alpha=\frac{-b}{2a}, \beta=\frac{-b}{2a}$

3. यदि $D=(b^2-4ac)<0$ हो, तो समीकरण का कोई मूल वास्तविक नहीं होगा अर्थात दोनों मूल काल्पनिक होगें।

प्रश्न. 3. निम्न द्विघात समीकरणों के मूलो की प्रकृति ज्ञात करो तथा यदि अस्तित्व हो, तो मूल भी ज्ञात करो।

(1) $2x^2-6x+3=0$ यहां $a=2, b=-6, c=3$ मूलों की प्रकृति के लिए $D=(b^2-4ac)$

$D=(-6)^2-4\times2\times3$

$=36-24=12, D>0$

समीकरण के मूल वास्तविक तथा भिन्न–भिन्न होगें।

श्रीधराचार्य सूत्र

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$$

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{12}}{2\times2}$$

$$x=\frac{6\pm2\sqrt{3}}{4}=\frac{2(3\pm\sqrt{3})}{4}$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$$

$$x=\frac{3+\sqrt{3}}{2},\ \text{या}\ x=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

(2) $x^2+x+1=0$ यहां $a=1, b=1, c=1$

$D=b^2-4ac$

$(1)^2-4\times1\times1$

$=1-4=-3$

$D<0$

मूल काल्पनिक होंगे। अतः मूलो का अस्तित्व नहीं हैं।

(3) $x^2-4x+4=0$

$a=1, b=-4, c=4$

$D=b^2-4ac$

$=(-4)^2-4\times1\times4 \quad\quad =16-16=0$

समीकरण के मूल वास्तविक तथा समान होगे मूल $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-4)\pm0}{2\times1}=\frac{4}{2}, x=2$ अतः दोनो मूल 2, 2 होगे।

प्रश्न. 4. द्विघात समीकरण $kx^2-5x+k=0$ के मूल वास्तविक व बराबर है तो K का मान ज्ञात करो।

उत्तर – यदि समीकरण के मूल वास्तविक व समान है तब $D=b^2-4ac=0$ यहां $a=k, b=-5, c=k$

$(-5)^2-4\times k\times k=0 \quad\quad =25-4k^2=0$

$4k^2=25$

$k^2=25\rightarrow k=\sqrt{\frac{25}{4}}=\pm\frac{5}{2}$

प्रश्न. 5. k के ऐसे मान ज्ञात करो जिनके लिए समीकरण $x^2-kx+9=0$ के मूल वास्तविक व भिन्न 2 हों।

उत्तर – दिया गया समीकरण $x^2-kx+9=0$

$a=1, b=-k, c=9$

विविक्तिकर $D=b^2-4ac$

$=(-k)^2-4\times1+9 \quad\quad =k^2-36$

द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक व भिन्न होगें यदि $D>0$

$k^2-36>0$

$(k+6)(k-6)>0$

स्थिति 1. $(k+6)>0$ & $(k-6)>0$

$k>-6$ & $k>6$

स्थिति 2. $(k-6)<0$ & $(k+6)<0$

$k<6$ & $k<-6$

स्थिति I & II से स्पष्ट है कि द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक व भिन्न होगे यदि $k<-6, k>6$

प्रश्न. 6. समीकरण $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ के मूल वास्तविक एवं समान हो तब सिद्ध करो कि $2b=a+c$

उत्तर – यहां $A=b-c, B=(c-a), C=a-b$ यदि समीकरण के मूल वास्तविक व समान है तब $B^2-4ac=0$

$(c-a)^2-4(b-c)(a-b)=0$

या $[(a-b)+(b-c)]^2-4(b-c)(a-b)=0$

या $[(a-b)-(b-c)]^2=0$

या $a+c=2b$

शेखावाटी मिशन–100

Chapter-4

दो चरो वाले रैखित समीकरण

रैखिक समीकरण एक ऐसा समीकरण जिसमें उपस्थित चर की घात एक हो। जब चरों की संख्या दो एवं दोनो चरो की घात एक एक हो, दो चरो वाला रैखिक समीकरण कहलाता है। दो चरो वाले रैखिक समीकरण कार्तीय निर्देशांक पद्धति में एक सरल रेखा को निरूपित करते हैं। अर्थात दो चरो वाले रैखिक समीकरण को यदि ग्राफ पर निरूपित करें तो एक सरल रेखा प्राप्त होती है।

Ex. $ax+by+c=0$ वहां a, b, c वास्तविक संख्याएं एवं x व y चर है।

रैखिक समीकरण युग्म

$a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

गुणांकों की तुलना करके समीकरण युग्म की संगतता व असंगतता की पहचान करना।

समीकरण युग्म	गुणांक अनुपातों की तुलना	संगत/असंगत	बीजीय हल	रेखाओं की प्रकृति
$a_1x+b_1y+c_1=0$ $a_2x+b_2y+c_2=0$	$\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$	संगत	अद्वितीय हल	प्रतिच्छेदी रेखाएं
	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$	असंगत	कोई हल नहीं	समान्तर रेखाएं
	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$	संगत	अनेक हल/असीमित हल	सम्पाती रेखाएं

प्रश्न. 1 निम्न रैखित समीकरणों के गुणांको की तुलना कर इनके हल की प्रकृति ज्ञात करो

(1) $x+y=3$, $3x-2y=4$ (2) $x+y=5$, $2x+2y=10$ (3) $2x+2y=2$, $4x-4y=5$

(1) यहां $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}, \frac{b_1}{b_2}=\frac{1}{-2}, \frac{c_1}{c_2}=\frac{3}{4}$

$=\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ अद्वितीय हल (प्रतिच्छेदी रेखाएं)

(2) यहां $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2}=\frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2}=\frac{1}{2}$

$=\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ अनेक हल/असीमित हल (सम्पाती रेखाएं)

(3) यहां $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2}=\frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2}=\frac{2}{5}$

$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ कोई हल नहीं /समान्तर रेखाएं

प्रश्न. 2. समीकरण $2x+3y=13$ तथा $5x-2y=4$ का हल ग्राफीय निरूपण से ज्ञात करो

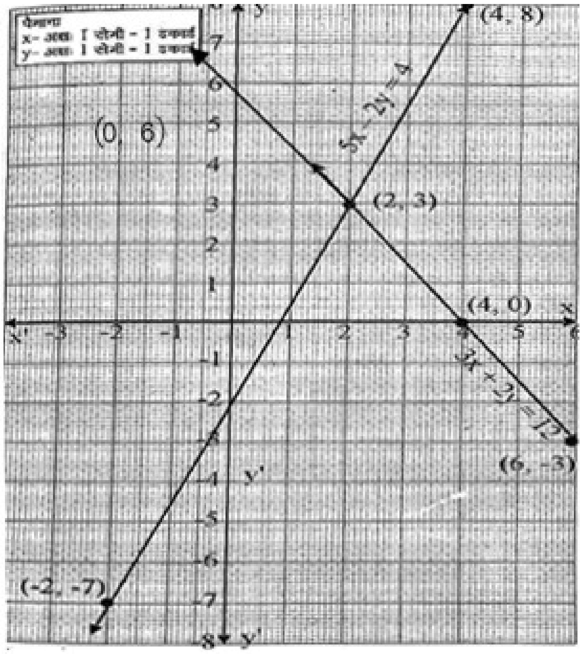
प्रश्न. 3. निम्न रैखित समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए

$2x+3y=8, x-2y=-3$

प्रश्न. 4. रैखिक समीकरण युग्म $3x+2y=12, 5x-2y=4$ को आलेखीय विधि से हल करो एवं उन बिन्दुओं को ज्ञात करो जहां इनके द्वारा निरूपित रेखाएं $y-$अक्ष को काटती है।

उत्तर – समीकरण $3x+2y=12$ & $5x-2y=4$

शेखावाटी मिशन–100



समीकरण 1 से $2y = 12 - 3x$

$x = 2$ रखने पर $y = \frac{12 - 3\times 2}{2}$

$y = \frac{12 - 3\times 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$x = 4$ रखने पर $y = \frac{12 - 3\times 4}{2}, = \frac{0}{2} = 0$

$x = -2$ रखने पर $y = \frac{12 - 3\times(-2)}{2}, = \frac{18}{2} = 9$

x	2	4	–2
y	3	0	9

समीकरण 2 से $5x - 2y = 4$

$y = \frac{5x - 4}{2}$

$x = 0$ रखने पर $y = \frac{5\times 0 - 4}{2}$

$y = \frac{-4}{2} = -2$

$x = 2$ रखने पर $y = \frac{5\times 2 - 4}{2}$

$y = \frac{6}{2} = 3$

$x = 4$ रखने पर $y = \frac{5\times 4 - 4}{2}$

$y = \frac{20 - 4}{2}$

$y = \frac{16}{2} = 8$

x	0	2	4
y	–2	3	8

1. ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनो रेखाएं बिन्दु (2, 3) प्रतिच्छेद करती है अतः समीकरण युग्म का हल $x = 2, y = 3$
2. रेखा $5x - 2y = 4, y -$ अक्ष को बिन्दु $(0, -2)$ पर रेखा $3x + 2y = 12$, $y -$ अक्ष को बिन्दु $(0, 6)$ पर प्रतिच्छेद करती है।

शेखावाटी मिशन–100

SHORT ANSWER TYPE QUESTION

प्रश्न. 5 k के किस मान के लिए समीकरण युग्म $x+y-4=0, 2x+ky-3=0$ का कोई हल नहीं होगा।

उत्तर – समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होगा

यदि $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}\rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{k}\rightarrow k=2$

प्रश्न. 6. k के किस मान के लिए समीकरण युग्म $3x-2y=0, kx+5y=0$ के अनन्त हल होगे।

उत्तर – समीकरण युग्म के अन्नत हल होंगे यदि

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=,\frac{a_1}{a_2}=\frac{3}{k}=\frac{-2}{5}$$

$$k=\frac{-15}{2}$$

प्रश्न. 7. समीकरण युग्म $kx-y=2, 6x-2y=3$ का अद्वितीय हल होगा यदि k का मान?

उत्तर – समीकरण युग्म का अद्वितीय हल होगा यदि

$$\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}=\frac{k}{6}\neq\frac{-1}{-2}$$

$k\neq 3$ अर्थात यदि k का मान 3 नहीं है तो समीकरण युग्म के अद्वितीय हल होंगे।

प्रश्न. 8. 4 कुर्सियों व 3 मेजों का मूल्य 2100 रू है और 5 कुर्सियों व 2 मेजों का मूल्य 1750 रू. है। इसे रैखिक समीकरण युग्म में लिखिए।

उत्तर – माना कुर्सी का मूल्य $=x$ रू.

मेज का मूल्य $=y$ रू.

तो प्रश्नानुसार $4x+3y=2100$

$5x+2y=1750$

प्रश्न. 9. दो लड़कों की आयु का अनुपात 5 : 7 है। 8 वर्ष पूर्व उनकी आयु का अनुपात 7 : 13 था दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करो।

उत्तर – माना दोनो की वर्तमान आयु x वर्ष तथा y वर्ष

अतः प्रश्नानुसार $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}\rightarrow 7x-5y=0$ (1)

तथा $\frac{x-8}{y-8}=\frac{7}{13}\rightarrow 13x-104=7y-56$

$13x\rightarrow 7y=48$ (2)

समीकरण 1 व 2 को गुणांक समान विधि से हल ज्ञात करो

$7x-5y=0\times 749\rightarrow 35y=0$ (1)

$13x-7y=48\times 565x-35y=240$ (2)

$\rightarrow 16x=-240,$ (घटाने पर)

$$x=\frac{240}{16}=15$$

समीकरण 1 में रखने पर $7\times 15-5y=0$

$105-5y=0$

$$\frac{105}{5}=y\rightarrow y=21$$

अतः वर्तमान आयु 15, 21 वर्ष है

प्रश्न. 10. एक किताब और एक कॉपी का मूल्य 10 रूपये है तथा 2 किताबों और 5 कॉपियों का मूल्य 100 रूपये है तो इसे बीज गणितीय रूप में लिखो।

उत्तर – माना एक किताब का मूल्य $=x$ रू.

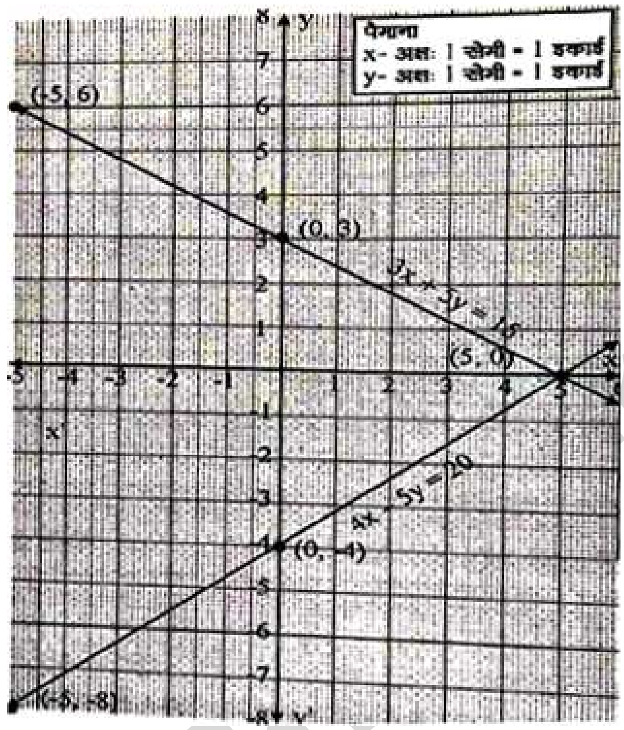
तथा एक कॉपी का मूल्य $=y$ रू.

तो प्रश्नानुसार $x+y=10$ व $2x+5y=100$

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न. 11. निम्न रैखिक समीकरण युग्म $4x-5y=20, 3x+5y=15$ को आलेखित विधि द्वारा हल करो और इन रेखाओं तथा $y-$अक्ष से बनने वाले त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात करो

उतर – दी गई रेखिक समीकरण युग्म



$4x-5y=20$ (1)

$3x+5y=15$ (2)

समीकरण 1 से $x=\frac{20+5y}{4}$

$y=0$ रखने पर $x=\frac{20+5\times0}{4}=\frac{20}{4}=5$

$y=-4$ रखने पर $x=\frac{20+5\times(-4)}{4}=\frac{0}{4}=0$

x	5	0	
y	0	–4	

समीकरण 2 से $x=\frac{15-5y}{3}$

$y=0$ से $x=\frac{15-5\times0}{3}=\frac{15}{3}=5$

$y=3$ रखने पर $x=\frac{15-5\times3}{3}=\frac{0}{3}=0$

x	5	0	
y	0	3	

हल ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनो रेखाएं बिन्दु $(5,0)$ पर प्रतिच्छेद करती है। अतः हल $x=5, y=0$

रेखा $4x-5y=20$ $y-$अक्ष को बिन्दु $(0,-4)$ तथा रेखा $3x+5y=15,$ $y-$अक्ष को बिन्दु $(0,3)$ पर प्रतिच्छेद करती है। अतः $y-$अक्ष एवं दोनो रेखाओं से बने त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु $(0,3),(5,0)$ तथा $(0,-4)$ है।

Chapter – 5

समान्तर श्रेणी

संख्याओं का एक ऐसा अनुक्रम जिसमें अगला पद एक निश्चित संख्या जोड़ने या घटाने पर प्राप्त होता है। । A.P. कहलाता है।
सार्व अन्तर – जो निश्चित संख्या जोड़कर या घटाकर श्रेणी अगला पद प्राप्त किया जाता है वह सार्व अन्तर कहलाता है।
किसी A.P. का सार्व अन्तर धनात्मक या ऋणात्मक होता है।

सामान्य रूप

$a, a+d, a+2d, a+3d........$ जहां a प्रथम पद d सार्व अन्तर

सार्व अन्तर ज्ञात करना $d = a_n - a_{n-1}$

$d = a + d - a =$ द्वितीय पद– प्रथम पद

$d = a + 2d - (a+d)$ तृतीय पद – द्वितीय पद

समान्तर श्रेणी का n वां पद $t_n = a + (n-1)d$

$a -$ प्रथम पद

$d -$ सार्व अन्तर

$n -$ पदो की संख्या

प्रश्न. 1. $A, P, 2, 7, 12......$ का 11वां पद ज्ञात करो।

उतर – यहां $a = 2, d = 7 - 2 = 12 - 7 = 5, n = 11$

$t_n = a + (n-1)d$

a, n, d के मान रखने पर

$t_{11} = 2 + (11-1) \times 5$

$= 2 + 10 \times 5$

$t_{11} = 52$

अतः 11वां पद / 11वें पद का मान $= 52$

प्रश्न. 2. राकेश 5000 रूपये के मासिक वेतन पर 1995 में कार्य प्रारम्भ करता है 200 रू. की वार्षिक वेतन वृद्धि प्राप्त करता है। किस वर्ष उसका वेतन 7400 रू. हो जायेगा।

उतर – प्रत्येक वर्ष 200रू. की वेतन वृद्धि समान रूप से प्रतिवर्ष है। अतः यह एक A.P. होगी।

अतः $a = 5000, d = 200, n = ?, t_n = 7400$

$t_n = a + (n-1)d$

a, t_n, d के मान रखने पर $7400 = 5000 + (n-1) \times 200$

$7400 - 5000 = (n-1) \times 200$

$(n-1) \times 200 = 2400$

$(n-1) = \frac{2400}{20} = 12$

$n = 12 + 1 = 13$

अतः राकेश 13वें वर्ष अर्थात 2008 में 7400रू. मासिक वेतन प्राप्त करेगा।

प्रश्न. 3. दो अंकों की कितनी संख्याएं 3 से भाज्य है।

उतर – दो अंको की सबसे छोटी संख्या जो 3 से भाज्य है $= 12$ तथा अंतिम संख्या $= 99, d = 3$ अतः A.P.12,15,18.............99

यहां $a = 12, d = 3$ $t_n = 99, n = ?$

सूत्र – $t_n = a + (n-1)d$

a, d, t_n के मान रखने पर $99 = 12 + (n-1) \times 3$

$99 - 12 = (n-1) \times 3$

$87 = (n-1) \times 3$

$(n-1) \times 3 = 87$

$n - 1 = \frac{87}{3}$

$n - 1 = 29$

$n = 30$

अतः 2 अंकों की 30 संख्याएं होगीं जो 3 से भाज्य है।

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न. 4. एक समान्तर श्रेणी का तीसरा पद 12 और 50वां पद 106 है, इसका 29 वां पद ज्ञात करो।

प्रश्न. 5 दो अंको की कितनी संख्याएं 7 से भाज्य है।

प्रश्न. 6 किसी AP का तीसरा पद 16, 7वां पद 5 वें पद से 12 अधिक है तो AP ज्ञात करो

उत्तर – $T_3 = a_3 = a + 2d$ $\qquad T_7 = a + 6d$

$a + 2d = 16 \qquad (1) \qquad T_5 = a + 4d$

प्रश्नानुसार $T_7 = T_5 + 12$

$T_7 = a + 4d + 12$

$a + 6d = a + 4d + 12$

$2d = 12$

$d = 6 \qquad (2)$

समीकरण 2 से d का मान 1 में रखने पर $a + 2 \times 6 = 16$

$a = 16 - 12 = 4$

अतः $AP. a, a+d, a+2d, a+3d, ...$

$= 4, 4+6, 4+2\times6, 4+3\times6, ...$

$= 4, 10, 16, 22, ...$ Ans.

प्रश्न 7. समान्तर श्रेढ़ी 84, 80, 76 ....का कौनसा पद शून्य है।

उत्तर– दी गई $A.P.$ में $a = 84, d = 4, n = ?\ Tn = 0$

अतः सूत्र $T_n = a + (n-1) \times (d)$

$0 = 84 + (n-1) \times (-4)$

$(n-1) \times 4 = 84$

$n - 1 = \frac{84}{4}$

$n - 1 = 21$

$n = 21 + 1 = 22$

अतः दी गई AP का 22वां पद 0 होगा।

प्रश्न 8. यदि समान्तर श्रेढ़ी का तीसरा और 9वां पद क्रमशः 4 और -8 है तब इसका कौनसा पद 0 होगा?

उत्तर – $T_3 = a + 2d \rightarrow a + 2d = 4$ (दिया गया है) (1)

$T_9 = a + 8d \rightarrow a + 8d = -8 \qquad (2)$

समी. 1 व 2 को हल करने पर

$a + 2d = 4$

$a + 8d = 8$

$-6d = 12$ घटाने पर

$d = -2$

d का मान समी. 1 में रखने पर

$a + 2(-2) = 4$

$a = 4 + 4 = 8$

पुनः $T_n = a + (n-1)d$ से

$a = 8, d = -2, Tn = 0$ रखने पर

$0 = 8 + (n-1) \times (-2)$

$(n-1) \times 2 = 8$

$n - 1 = \frac{8}{2} = 4$

$n = 4 + 1 = 5$

अतः $A.P.$ का 5वां पद 0 होगा।

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 9. A.P. 10, 7, 4 .... −62 का अंत से 10वां पद ज्ञात करो।

उत्तर – यहां $a=10, d=7-10=-3 l=-62$

यदि अंत से किसी पद को ज्ञात करना है तथा अंतिम पद दिया गया है तब $a=l$ लेकर तथा सूत्र $T_n=l-(n-1)d$ के प्रयोग से आसानी से हल किया जा सकता है।

अतः $T_n=l-(n-1)d$ में $d=-62, d=-3, n=10$ रखने पर

$T_{10}=-62-(10-1)\times(-3)$

$=-62+9\times3=-62+27$

$T_{10}=-35$

अतः अंत से 10वां पद −35 होगा।

प्रश्न 10. समान्तर श्रेढी 7, 5, 3, 1, −1, −3 .... का सार्वअंतर ज्ञात करो।

उत्तर – सार्वअन्तर $d=a_2-a_1$

$=5-7=-2$

प्रश्न 11. $AP\, 3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}$,............ का सार्व अन्तर ज्ञात करो।

उत्तर – सार्वअन्तर $d=a_2-a_1 d=a_3-a_2$

$=3+\sqrt{2}-3 \text{ or } =3+2\sqrt{2}-(3+\sqrt{2})$

$=\sqrt{2}=2\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}(2-1)=\sqrt{2}\times1=\sqrt{2}$

प्रश्न 12. $AP\, 3, 8, 13$...............253 का अंतिम से 20वां पद ज्ञात करो।

उत्तर – यहां $a=3, d=5, l=253$

अंतिम से 20वां पद $T20=l-(20-1)d$

$=253-(19)\times5$

$-253-95$

$=158$

अतः अंतिम से 20वां पद 158 है।

प्रश्न 13. क्या $AP\, 11, 8, 5, 2$................. का एक पद −150 है।

उत्तर – यहां $a=11, d=-3, T_n=-150$ लेने पर

$T_n=a+(n-1)d$ से

$-150=11+(n-1)\times(-3)$

$(n-1)(-3)=-150-11=161$

$n-14=\frac{-161}{-3}=53\frac{2}{3}$

$n=53\frac{2}{3}+1=54\frac{2}{3}$

यहां n का मान $54\frac{2}{3}$ है जो पूर्णांक नहीं अतः -150, AP का $11, 8, 5, 2$............... का पद नहीं है क्योंकि किसी AP में पदों की संख्या पूर्णांक होती है।

प्रश्न 14. $AP\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$,................. का 18वां पद ज्ञात करो।

उत्तर – यहां $a=\sqrt{2}, d=a_2-a_1=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}, n=18$

$T_n=a+(n-1)d$ में a, n, d का मान रखने पर

$T_{18}=\sqrt{2}+(18-1)\times2\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+17\times2\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+34\sqrt{2}$

$=35\sqrt{2}$

शेखावाटी मिशन–100

त्रिकोणमितीय अनुपात

Q. 1. $2\sin 45^0 .\cos 45^0$ का मान ज्ञात कीजिए

Q. 2. $\tan^2 60^0$ का मान ज्ञात कीजिए

Q. 3. $\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$ का मान $\theta = 45^0$ पर ज्ञात कीजिए

Q. 4. $\sin 60^0 .\cos 30^0 .+ \sin 30^0 .\cos 60^0$ का मान ज्ञात कीजिए

Q. 5. $\tan\theta = \sqrt{3}$ हो तो θ का मान ज्ञात कीजिए

Q. 6. $\tan\frac{\pi}{6}\tan\frac{\pi}{3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q. 7. यदि $\sin A = \frac{1}{2}$ और $\cos B = \frac{1}{2}$ तो $(A+B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q. 8. $\tan\theta.\cot\theta$ का मान है।

Q. 9. यदि $\sin\theta = \cos\theta$ है तो θ का मान होगा।

Q. 10. $\cot\frac{\pi}{6}$ का मान है

Q. 11. $\cos^2 45^0$ का मान होगा।

Q. 12. $\tan 45^0$ का मान होगा।

Q. 13. यदि $\sec\theta + \tan\theta = 7$ है तो $\sec\theta - \tan\theta$ बराबर है।

(a) $\frac{1}{7}$ (b) 7 (c) 6 (d) 49

Q. 14. $4\cot^2 45^0 - \sec^2 60^0 + \sin^2 60^0 + \cos^2 90^0$ का मान होगा।

1. यदि $\tan 3x = \sin 45^0 .\cos 45^0 + \sin 30^0$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। $x < 90^0$

2. $\frac{2\tan 30^0}{1+\tan^2 30^0}$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. $\sin^2 30^0 + 2\cos^2 45^0 + 3\tan^2 60^0$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. $3\sin 60^0 - 4\sin^3 60^0$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. $\left(1-\sin 45^0 + \sin 30^0\right)\left(1+\cos 45^0 + \cos 60^0\right) = \frac{7}{4}$

6. यदि $\sin(A+B) = 1$ तथा $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ यहाँ $0^0 < (A+B) \le 90^0, A > B$ हो A तथा B का मान ज्ञात कीजिए।

7. $\frac{5\cos^2 60^0 + 4\sec^2 30^0 - \tan^2 45^0}{\sin^2 30^0 + \cos^2 30^0}$

8. सिद्ध कीजिए – $\frac{\cos 30^0 + \sin 60^0}{1+\cos 60^0 + \sin 30^0} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

9. सिद्ध कीजिए – $3\left(\tan^2 30^0 + \cot^2 30^0\right) - 8\left(\sin^2 45^0 + \cos^2 30^0\right) = 0^0$

10. यदि $x = 30^0$ हो तो सिद्ध कीजिए $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

हल– 1. $2\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}} \quad = 2\times\frac{1}{2} = 1$

2. $\tan 60^0 = \sqrt{3}$

$\tan^2 60^0 = \left(\sqrt{3}\right)^2 \quad = 3$

3. $\theta = 45^0$ रखने पर

$= \frac{1-\cos^2 \times 45^0}{\sin 2 \times 45^0} \quad = \frac{1-\cos 90^0}{\sin 90^0} = \frac{1-0}{1} = 1$

4. $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \quad = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \quad = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

5. $\tan\theta = \sqrt{3}$

$\tan\theta = \tan 60^0$

$\theta = 60^0$

6. $\tan\frac{\pi}{6}\tan\frac{\pi}{3}$

$= \tan 30^0 \tan 60^0$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{3} = 1$

7. $\sin A = \frac{1}{2}$ और $\sin A = \sin 30^0$

$A = 30^0$ तथा $\cos B = \frac{1}{2}$

$\cos B = \cos 60^0$

$B = 60^0$ अतः $A + B = 30^0 + 60^0 = 90^0$

8. $\tan\theta\cot\theta$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}.\frac{\cos\theta}{\sin\theta}. = 1$

9. $\sin\theta = \cos\theta$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}. = 1$

$\tan\theta = 1$

$\tan\theta = \tan 45^0$

$\theta = 45^0$

10. $\cot\frac{\pi}{6}$

$\cot 30^0 = \sqrt{3}$

11. $\cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos^2 45^0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$

12. $\tan 45^0 = 1$

13. $\sec\theta + \tan\theta = 7$

$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{7}$

14. $4(1)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+(0)^2$

4. $1-2+\frac{3}{4}$

$=4-2+\frac{3}{4}\quad 2+\frac{3}{4}=\frac{8+3}{4}=\frac{11}{4}$

हल 1. $\tan 3x=\sin 45^0\cos 45^0+\sin 30^0$

$\tan 3x=\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}$

$\tan 3x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\tan 3x=1$

$\tan 3x=\tan 45^0$

$3x=45^0$

$x=\frac{45}{3}$

$x=15^0$

हल 2. $\frac{2\times\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}.\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

हल 3. $\left(\frac{1}{2}\right)^2+2.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+3\left(\sqrt{3}\right)^2$

$=\frac{1}{4}+2.\frac{1}{2}+3.3\quad=\frac{1}{4}+1+9=\frac{1}{4}+10$

$=\frac{1+40}{4}=\frac{41}{4}$

हल 4. $3\times\frac{\sqrt{3}}{2}-4.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}-4.\frac{3\sqrt{3}}{8}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}=0$

हल 5. $\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{9}{4}-\frac{1}{2}=\frac{9-2}{4}=\frac{7}{4}$

हल 6. $\sin(A+B)=1$

$\sin(A+B)=\sin 90^0$

$A+B=90^0$ ....(i)

तथा $\cos(A-B)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(A-B)=\cos 30^0$

$A-B=30^0$ ....(ii)

समी. (i) व (ii) से : –

$A+B=90^0$

$A-B=30^0$

$2A=120^0$

$A=\dfrac{120^0}{2}$

$A=60^0$

$A=60^0$ सेमी. (i) में रखने पर –

$60^0+B=90^0$

$B=90^0-60^0$

$B=30^0$

हल 7. $$\frac{5.\left(\frac{1}{2}\right)^2+4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-(1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{5.\frac{1}{4}+4.\frac{4}{3}-1}{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{5}{4}+\frac{16}{3}-1}{\frac{4}{4}}$$

$$=\frac{5}{4}+\frac{16}{3}-1=\frac{15+64-12}{12}=\frac{67}{12}$$

हल 8. $$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

हल 9. $$3\left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2\right]-8\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]$$

$$=3\left[\frac{1}{3}+3\right]-8\left[\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right]\qquad=3\left[\frac{1+9}{3}\right]-8\left[\frac{2+3}{4}\right]$$

$$=3.\frac{10}{3}-8.\frac{5}{4}\quad=10-10=0 \text{ R.H.S.}$$

शेखावाटी मिशन–100

हल 10. $L.H.S. = \sin 3x$

$X = 30^0$ रखने पर

$= \sin 3\left(30^0\right)$

$= \sin 90^0 = 1$

तथा $R.H.S. = 3\sin x - 4\sin^3 x$

$= 3\sin 30^0 - 4\sin 30^0$

$= 3.\frac{1}{2} - 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \frac{3}{2} - 4.\frac{1}{8} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$= \frac{2}{2} = 1$

L.H.S. = R.H.S.

Chapter – 7
त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएं

1. सिद्ध कीजिए : $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$
2. सिद्ध कीजिए : $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$
3. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$
4. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$
5. यदि $\sec\theta + \tan\theta = P$ हो तब सिद्ध करो : $\frac{p^2-1}{p^2+1} = \sin\theta$
6. सिद्ध कीजिए : $\frac{1-\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha - 1} = \tan^2\alpha$
7. सिद्ध कीजिए : $\frac{(1+\cot\theta+\tan\theta)(\sin\theta-\cos\theta)}{\sec^3\theta - \operatorname{cosec}^3\theta} = \sin^2\theta\cos^2\theta$
8. सिद्ध कीजिए : $\sin^6\theta + \cos^6\theta = 1 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta$
9. सिद्ध कीजिए : $\sqrt{\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta} = \tan\theta + \cot\theta$
10. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

हल 1. $L.H.S. = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$

अंश व हर को $\sqrt{1+\cos\theta}$ से गुणा करने पर

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)\times(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)\times(1+\cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}}$ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{(1-\cos^2\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ $= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ R.H.S. (इति सिद्धम)

शेखावाटी मिशन–100

हल 2. $\text{L.H.S.} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$

अंश व हर को $(1-\sin\theta)$ से गुणा करने पर

$$= \frac{(1+\sin\theta)\times(1-\sin\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)} (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$= \frac{(1-\sin^2\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)} \cos^2\theta = 1-\sin^2\theta = \frac{(\cos^2\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$$

$$= \frac{\cos\theta}{(1-\sin\theta)}$$ R.H.S. (इति सिद्धम)

हल 3. $\text{L.H.S.} = \frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)} + \frac{(1+\cos\theta)}{\sin\theta}$

$$= \frac{\sin^2\theta + (1+\cos\theta)^2}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + 1 + \cos^2\theta + 2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$= \frac{1+1+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \frac{2+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$= \frac{2\times1}{\sin\theta} = 2.\text{cosec}\theta$$ R.H.S.

हल 4. $\text{L.H.S.} = \frac{\tan\theta}{(1-\cot\theta)} + \frac{\cot\theta}{(1-\tan\theta)}$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\left(1-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)} + \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\left(1-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\left(\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta}\right)} + \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\left(\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\sin\theta.\sin\theta}{\cos\theta.(\sin\theta-\cos\theta)} + \frac{\cos\theta.\cos\theta}{\sin\theta(\cos\theta-\sin\theta)}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta(\sin\theta-\cos\theta)} - \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta(\sin\theta-\cos\theta)}$$

$$= \frac{\sin^3\theta-\cos^3\theta}{\sin\theta.\cos\theta(\sin\theta-\cos\theta)}$$

$$= \frac{(\sin\theta-\cos\theta).(\sin^2\theta+\cos^2\theta+\sin\theta\cos\theta)}{\sin\theta.\cos\theta(\sin\theta-\cos\theta)}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + 1$$

$$= \tan\theta + \cot\theta + 1$$

$$= 1 + \tan\theta + \cot\theta$$ R.H.S. (इति सिद्धम)

शेखावाटी मिशन–100

हल 5. $P = \sec\theta + \tan\theta$

$P^2 = (\sec\theta + \tan\theta)^2$

$P^2 = \sec^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta$

$P^2 - 1 = (\sec^2\theta - 1) + \tan^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta$ {दोनों पक्षों में से 1 घटाने पर}

$P^2 - 1 = \tan^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta$

$P^2 - 1 = 2\tan^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta$

$P^2 - 1 = 2\tan\theta(\tan\theta + \sec\theta)$.................(i)

पुनः $P^2 + 1 = \sec^2\theta(\tan^2\theta + 1) + 2\sec\theta\tan\theta$ {दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर}

$P^2 + 1 = \sec^2\theta + \sec^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta$

$P^2 + 1 = 2\sec^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta$

$P^2 + 1 = 2\sec\theta(\sec\theta + \tan\theta)$............(ii)

समी. (i) व (ii) से :

$$\frac{P^2-1}{P^2+1} = \frac{2\tan\theta(\tan\theta + \sec\theta)}{2\sec\theta(\sec\theta + \tan\theta)}$$

$$\frac{P^2-1}{P^2+1} = \frac{\tan\theta}{\sec\theta}$$

$$\frac{P^2-1}{P^2+1} = \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}}$$

$$\frac{P^2-1}{P^2+1} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}.\frac{\cos\theta}{1}$$

$$\frac{P^2-1}{P^2+1} = \sin\theta$$

हल 6. $\text{L.H.S.} = \frac{1-\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha - 1}$

$$= \frac{1-\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}} \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{\frac{(\cos^2\alpha - 1)}{.\cos^2.\alpha}}{\frac{(\sin^2\alpha - 1)}{\cos^2\alpha}}$$

$$= \frac{\cos^2\alpha - 1}{\sin^2\alpha - 1}$$

$$= \frac{-(1-\cos^2\alpha)}{-(1-\sin^2\alpha)} \sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha \text{ तथा } \cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha$$

$$= \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \tan^2\alpha$$

हल 7. $\text{L.H.S.} = \dfrac{(1+\cot\theta+\tan\theta)(\sin\theta-\cos\theta)}{\sec^3\theta-\operatorname{cosec}^3\theta}$

$$= \dfrac{\left(1+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}+\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)(\sin\theta-\cos\theta)}{\dfrac{1}{\cos^3\theta}\dfrac{1}{\sin^3\theta}}$$

$$= \dfrac{\dfrac{(\sin\theta\cos\theta.+\cos^2\theta+\sin^2\theta)}{\sin\theta\cos\theta}(\sin\theta-\cos\theta)}{\dfrac{\sin^3\theta-\cos^3\theta}{\cos^3\theta.\sin^3\theta}} \qquad = \dfrac{\left(\dfrac{\sin\theta\cos\theta+1}{\sin\theta\cos\theta}\right)(\sin\theta-\cos\theta)}{\dfrac{(\sin\theta-\cos\theta)(\sin^2\theta\cos^2\theta+\sin\theta\cos\theta)}{\cos^3\theta\sin^3\theta}}$$

$$= \dfrac{\left(\dfrac{\sin\theta\cos\theta+1}{\sin\theta\cos\theta}\right)(\sin\theta-\cos\theta)}{\dfrac{(\sin\theta-\cos\theta)(1+\sin\theta\cos\theta)}{\cos^3\theta\sin^3\theta}} \qquad = \cos^2\theta.\sin^2\theta$$

R.H.S. (इति सिद्धम)

हल 8. $\text{L.H.S.} = \sin^6\theta+\cos^6\theta$

$= (\sin^2\theta)^3+(\cos^2\theta)^3$

$= (\sin^2\theta+\cos^2\theta)\{(\sin^2\theta)^2+(\cos^2\theta)^2-\sin^2\theta\cos^2\theta\}$

$= \left[(\sin^2\theta)^2+(\cos^2\theta)^2-\sin^2\theta\cos^2\theta\right]$

$= 2\sin^2\theta\cos^2\theta$ जोड़ने व घटाने पर

$= (\sin^2\theta)^2+(\cos^2\theta)^2+2\sin^2\theta\cos^2\theta-2\sin^2\theta\cos^2\theta-\sin^2\theta\cos^2\theta$

$= (\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2-3\sin^2\theta\cos^2\theta$

$= 1-3\sin^2\theta\cos^2\theta$ R.H.S.

हल 9. $\text{L.H.S.}\sqrt{\sec^2\theta+\operatorname{cosec}^2\theta}$

$= \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\theta}+\dfrac{1}{\sin^2\theta}}$

$= \sqrt{\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta\sin^2\theta}}$ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$= \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\theta\sin^2\theta}} \qquad = \dfrac{1}{\cos\theta\sin\theta} = \dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}$

$= \dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}+\dfrac{\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta} \qquad = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \tan\theta+\cot\theta$ R.H.S. (इति सिद्धम)

हल 10. $\text{L.H.S.} = \dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

= अंश व हर को $(1+\cos\theta)$ से गुणा करने पर

$= \dfrac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta).(1+\cos\theta)} \qquad = \dfrac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{(1-\cos^2\theta)} = \dfrac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{\sin^2\theta}$

$= \dfrac{(1+\cos\theta)}{\sin\theta}$ R.H.S.

Chapter – 8
ऊँचाई व दूरी

Q. 1. एक उर्ध्वाधर छड़ की लम्बाई तथा उसकी छाया की लम्बाई का अनुपात 1 : 1 हो तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा।

(a) 45^0 (b) 90^0 (c) 60^0 (d) 30^0

Q. 2. यदि एक मीनार के पाद बिन्दु से 100 मीटर की दूरी से उसके शिखर का उन्नयन कोण 60^0 है तो मीनार की ऊँचाई है :

(a) $100\sqrt{3}$ m. (b) $\frac{100\sqrt{3}}{2}$ m (c) $50\sqrt{3}$ m. (d) $\frac{200}{\sqrt{3}}$ m.

Q. 3. 100 मी. ऊँची मीनार के शीर्ष से जमीन पर स्थित एक बिन्दु का अवनमन कोण 30^0 है। मीनार के आधार से बिन्दु की क्षैतिज दूरी ज्ञात कीजिए।

(a) 30^0 (b) 45^0 (c) 75^0 (d) 60^0

Q. 4. यदि एक मीनार की ऊँचाई उसकी छाया से $\sqrt{3}$ गुनी है तो सूर्य का उन्नतांश कोण है :

(a) 30^0 (b) 45^0 (c) 75^0 (d) 60^0

Q. 5. यदि सूर्य का उन्नतांश कोण 45^0 हो तो 12 मी. ऊँचे एक वृक्ष की पड़ने वाली छाया की लम्बाई होगी :

(a) 6 m. (b) 9 m. (c) 12 m. (d) $12\sqrt{2}$ m.

Q. 1. 15 मी. लम्बी एक सीढ़ी एक उर्ध्वाधर दीवार के शिखर तक पहुँचती है। यदि सीढ़ी दीवार के साथ 60^0 का कोण बनाती है तो दीवार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Q. 2. मीनार के आधार से एक सरल रेखा में 4 मी. तथा 9 मी. की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं तो सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है।

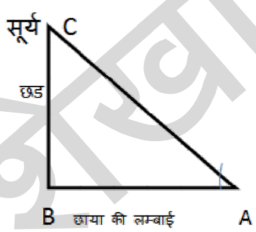
Q. 3. आंधी के कारण एक वृक्ष का ऊपरी भाग टूटकर क्षैतिज तल पर 60^0 का कोण बनाता है। वृक्ष का शिखर क्षैतिज तल पर वृक्ष की जड़ से 10 मी. की दूरी पर मिलता है, टूटने से पहले वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात करो। $\sqrt{3} = 1.732$

Q. 4. समुद्र तल से 60 मीटर ऊँचे लाईट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30^0 तथा 45^0 हैं। यदि लाईट हाउस के एक ही और एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो जहाजों के मध्य की दूरी ज्ञात करो।

Q. 5. यदि किसी मीनार के आधार से a तथा b $(a > b)$ दूरी पर उसी सरल रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 30^0 व 60^0 हो तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात करो।

Q. 6. एक नदी के पुल के एक बिन्दु से नदी के सम्मुख किनारों के अवनमन कोण क्रमशः 30^0 और 45^0 हैं। यदि पुल किनारों से 4 मीटर की ऊँचाई पर हो, तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल 1



ΔABC समकोण त्रिभुज है।

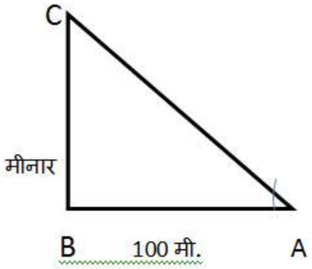
$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\tan\theta = \frac{1}{1} = 1$

$\tan\theta = \tan 45^o = \theta = 45^o$

माना सूर्य का उन्नयन कोण है।

शेखावाटी मिशन–100

हल 2 

माना मीनार की ऊँचाई = h मीटर

ABC समकोण त्रिभुज है।

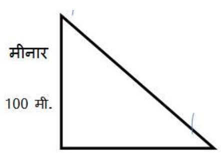
मीनार $\tan 60^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{h}{100}$

$h = 100\sqrt{3}$ m.

हल 3 माना मीनार के आधार से क्षेतिज पर स्थित बिन्दु की दूरी = x मीटर

ΔABC समकोण त्रिभुज है।

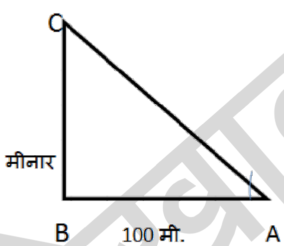


$\tan 30^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{x}$

$= x = 100\sqrt{3}$ m.

हल 4 माना मीनार की छाया की लम्बाई = x मीटर तो मीनार की ऊँचाई = $\sqrt{3}x$ सूर्य के उन्नतांश कोण ΔABC समकोण त्रिभुज है।



$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}x}{x}$

$\tan\theta = \sqrt{3}$

$\tan\theta = \tan 60^0 \qquad \theta = 60^0$

अतः सूर्य का उन्नतांश कोण = 60^o

हल 5 माना वृक्ष की छाया की लम्बाई = x मीटर

ΔABC समकोण त्रिभुज है।

$\tan\theta 45^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$1 = \frac{12}{x} \qquad x = 12$ m

अतः वृक्ष की छाया की लम्बाई 12 मीटर

हल 1 माना दीवार की ऊँचाई = h मीटर

ΔABC समकोण त्रिभुज है।

$\cos 60^0 = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

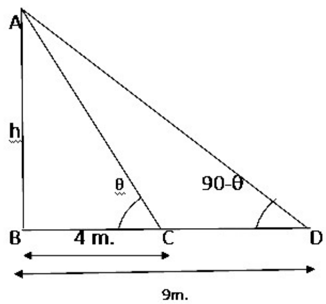
$\frac{1}{2} = \frac{h}{15}$

$2h = 15$

$h = \frac{15}{2}$

हल 2 माना दीवार की ऊँचाई = h

ΔABC समकोण त्रिभुज है।



$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\tan\theta = \frac{h}{4}$ .... (i)

पुनः ABC समकोण त्रिभुज है।

$\tan(90^0 - \theta) = \frac{h}{9}$

$\cot\theta = = \frac{h}{9}$ .... (ii)

समीकरण (i) व (ii) से–

$\tan\theta.\cot\theta = \frac{h}{4}.\frac{h}{9}$

$\tan\theta.\frac{1}{\tan\theta} = \frac{h^2}{36}$

$1 = \frac{h^2}{36}$

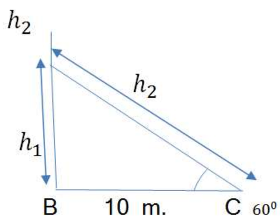
$\Rightarrow h^2 = 36$

$\Rightarrow h = 6$

अतः मीनार की ऊँचाई 6 मीटर

हल–3 माना पेड़ की ऊँचाईई $(h_1 + h_2)$ m.

ΔABC समकोण त्रिभुज है।



$\tan 60^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{h_1}{10}$

$h_1 = 10\sqrt{3}$ .... (i)

$\Rightarrow \cos 60^0 = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{h_2}$

$h_2 = 20$ ...... (ii)

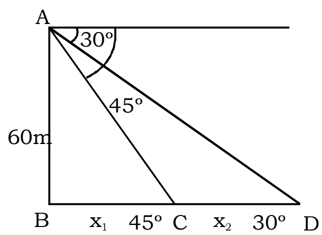
अतः पेड़ की ऊँचाई $= h_1 + h_2$

$= 10\sqrt{3} + 20$

$= 10 \times 1.732 + 20; = 17.32 + 20$

$= 37.32$ m

हल 4 माना दो जहाज बिन्दु C व D पर स्थित है जिनके बीच की दूरी $= x^2$ मीटर



ΔABC समकोण त्रिभुज है।

$\tan 45^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{60}{x_1}$

$\Rightarrow x_1 = 60$ .... (i)

पुनः ΔABC समकोण त्रिभुज है।

$\Rightarrow \tan 30^o = \frac{60}{(x_1 + x_2)}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{60}{(x_1 + x_2)}$

$\Rightarrow (x_1 + x_2) = 60\sqrt{3}$ .... (ii)

समीकरण (i) व (ii) से–

$\Rightarrow 60 + x_2 + 60\sqrt{3}$

$\Rightarrow x_2 = 60\sqrt{3} - 60$

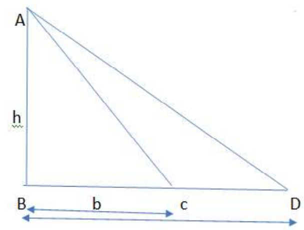
$\Rightarrow x_2 = 60\left(\sqrt{3} - 1\right)$

दोनों जहाजों के बीच की दूरी $60\left(\sqrt{3} - 1\right)$ मीटर

शेखावाटी मिशन–100

हल 5 माना मीनार की ऊँचाई h मीटर

ΔABC समकोण त्रिभुज है।



$\tan 60^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{h}{b}$

$h = \sqrt{3}\, b$ .... (i)

पुनः ΔABC में

$\tan\theta\ 30^0 = \frac{h}{a}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{a}$

$\sqrt{3}h = a$

$h = \frac{a}{\sqrt{3}}$ .... (ii)

समीकरण (i) व (ii) से–

$\Rightarrow h^2 = \sqrt{3}b.\frac{a}{\sqrt{3}}$

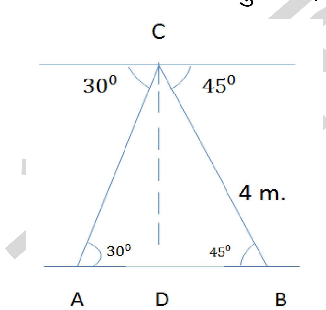
$\Rightarrow h^2 = \sqrt{3}b.\frac{a}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow h^2 = ab$

$\Rightarrow h = \sqrt{ab}$

हल 6 माना नदी की चौड़ाई $AB = AD + DB$

ΔABC समकोण त्रिभुज है।



$\tan 30^0 = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{AD}$

$AD = 4\sqrt{3}$ .... (i)

पुनः BDC में

$\tan 45^0 = \frac{4}{DB} \Rightarrow 1 = \frac{4}{DB}$

$\Rightarrow DB = 4$ ………….. (ii)

समीकरण (i) व (ii) से–

$AD + DB = 4 = \sqrt{3} + 4$

अतः नदी की चौड़ाई $= 4(\sqrt{3}+1)$ मीटर

शेखावाटी मिशन–100

10. बिंदु पथ

1. एक स्थिर बिंदु से नियत दूरी पर स्थित बिंदुओं का बिंदुपथ होगा :

उत्तर : वृत

2. दो समांतर रेखाओं से समदूरस्थ बिंदुओं का बिंदुपथ होगा :

उत्तर : दोनों समांतर रेखाओं के बीचों–बीच समानांतर रेखा।

3. किसी रेखा से समान दूरी पर स्थित बिंदुओं का बिंदुपथ होता है :

उत्तर : रेखा के दोनों ओर समांतर रेखाएं

4. दो स्थिर बिंदुओं से समदूरस्थ बिंदुओं का बिंदुपथ होता है :

उत्तर : दोनों बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड का लंब समद्विभाजक

5. दो प्रतिच्छेदी रेखाओं से सम दूरस्थ बिंदुओं का बिंदुपथ होता है।

उत्तर : उन रेखाओं से बने कोणों के समद्विभाजकों का युग्म।

6. तीन या तीन से अधिक बिंदु एक रेखा पर स्थित हो तो वे .... कहलाते हैं :

उत्तर : संरेख बिंदु

7. तीन या तीन से अधिक रेखाएं यदि एक ही बिंदु से गुजरे तो वे .... कहलाती हैं :

उत्तर : संगामी रेखाएं

8. संगामी रेखाओं का उभयनिष्ठ बिंदु कहलाता है :

उत्तर : संगमन (संगामी) बिंदु

9. त्रिभुज की माध्यिकाओं का संगामी बिंदु कहलाता है :

उत्तर : केंद्रक (गुरुत्व केंद्र)

10. केंद्रक माध्यिका को .... के अनुपात में विभाजित करता है :

उत्तर : 2 : 1

11. समतल में लुढ़कने वाले वृत के केंद्र का बिंदुपथ होता है :

उत्तर : समतल के समांतर रेखा

12. घड़ी के पेंडुलम के सिरे का बिंदुपथ होता है :

उत्तर : एक वृत चाप

13. यदि किसी त्रिभुज की दो माध्यिकाएं समान हो तो, त्रिभुज होगा :

उत्तर : समद्विबाहु त्रिभुज

14. तीन असंरेख बिंदुओं से समदूरस्थ बिंदुओं का बिंदुपथ होगा।

उत्तर : तीनों बिंदुओं से गुजरने वाले वृत का केंद्र

11.समरूपता

दो बहुभुज समरूप होंगे यदि संगत कोण बराबर हो तथा संगत भुजाएं समानुपाती हो, किसी एक प्रतिबंध का संतुष्ट होना ही पर्याप्त नहीं है वरन् दोनों का संतुष्ट होना आवश्यक है।

सभी वृत समरूप होते हैं।

सभी वर्ग समरूप होते हैं।

सभी समबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं।

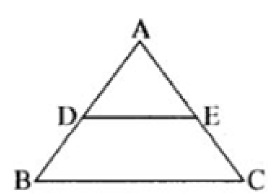
दो समानकोणिक त्रिभुज परस्पर समरूप होते हैं। (AAA)

यदि किन्हीं दो त्रिभुजों के दो कोण समान हैं तो भी त्रिभुज समरूप होते हैं क्योंकि यदि दो कोण बराबर होंगे तो त्रिभुज कोण योग गुणधर्म से तीसरा कोण भी बराबर होगा। (AA)

यदि दो त्रिभुज में संगत भुजाओं का अनुपात बराबर है तो त्रिभुज परस्पर समरूप होते हैं। (SSS)

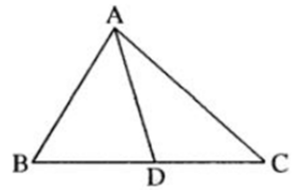
यदि दो त्रिभुजों में कोई दो संगत भुजाएं परस्पर समानुपाती हो तथा उनके मध्य बना कोण बराबर हो तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं। (SAS)

Q. 1. आकृति में $DE \parallel BC$ हो, $AD = 4$ सेमी., $DB = 6$ सेमी. एवं $AE = 5$ सेमी. हो तो EC का मान होगा :



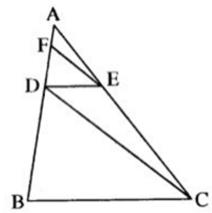
(a) 6.5 सेमी. (b) 7.0 सेमी. (c) 7.5 सेमी. (d) 8.0 सेमी

Q. 2. आकृति में AD, कोण A का समद्विभाजक है, AB = 6 सेमी., BD = 8 सेमी., DC = 6 सेमी. हो तो AC का मान होगा :



(a) 5.5 सेमी. (b) 7.0 सेमी. (c) 6.5 सेमी. (d) 4.5 सेमी.

Q. 3. आकृति में $DE \parallel BC$ और $CD \parallel EF$ हो तो सिद्ध करो कि $AD^2 = AB \times AF$



उत्तर : ΔABC में दिया है कि $DE \parallel BC$

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$..............(i)

ΔADC में दिया है कि $CD \parallel EF$

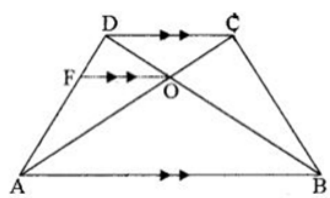
$\therefore \frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AE}$..............(ii)

(i) व (ii) से $\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AF}$

या $AD^2 = AB \times AF$ (इति सिद्धम)

Q. 4. ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसकी $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

उत्तर : दिया गया है ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसकी $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण O पर प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध करना है $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$



रचना : O से OF इस प्रकार खींची कि $FO \parallel DC \parallel AB$

उपपत्ति– ΔDAB में

$FO \parallel AB$ (रचना से)

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के प्रयोग से

$$\frac{DF}{FA} = \frac{DO}{OB} = \text{.............(i)}$$

पुनः ΔDCB में

$FO \parallel DC$ (रचना से)

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के प्रयोग से

$\frac{DF}{FA} = \frac{CO}{OA}$..................(ii)

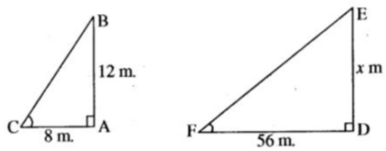
(i) व (ii) से

$$\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA}$$

या $$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$ (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 5. 12 मीटर लंबाई वाले उर्ध्वाधर स्तंभ की भूमि पर छाया की लंबाई 8 मीटर है उसी समय एक मीनार की छाया की लंबाई 56 मीटर हो तो मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए–

उत्तर :–



चित्रानुसार माना AB एक ऊर्ध्वाधर स्तम्भ है तथा AC उसकी परछाईं है। पुनः दूसरे चित्रानुसार DE एक मीनार है और DF उसकी परछाईं है।

प्रश्नानुसार $AB = 12\text{ m}$, $AC = 8\text{ m}$ तथा $DF = 56\text{ m}$

माना $DE = x\text{m}$

अब ΔABC और ΔDEF में

$\angle A = \angle D = 90^0$

तथा $\angle C = \angle F$ (उन्नयन कोण सूर्य का)

अतः समरूपता की AA कसौटी से–

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

या $$\frac{12}{x} = \frac{8}{56}$$

या $$8x = 12 \times 56$$

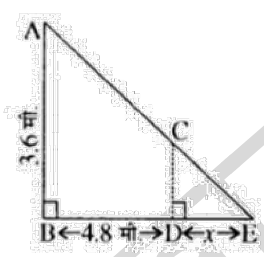
या $$x = \frac{12 \times 56}{8}$$

या $$x = 84\text{ m}$$

अतः मीनार की ऊँचाई 84 m है।

प्रश्न 6. 90 सेमी. की लम्बाई वाली लड़की बल्ब लगे खम्भे के आधार से परे 1.2 मीटर/सेकण्ड की चाल से चल रही है। यदि बल्ब भूमि से 3.6 मीटर की ऊँचाई पर हो तो 4 सेकण्ड के बाद उस लड़की की छाया कितने मीटर होगी?

उत्तर :– माना AB एक बल्ब लगा खम्भा है तथा एक लड़की है जो 1.2 मी./से. की चाल से चल रही है तथा 4 सेकण्ड के पश्चात उसकी स्थिति CD पर है तथा DE उसकी छाया है।



माना

$DE = x\text{m}$

$BD = 1.2$ मीटर $\times$ 4 = 4.8 मीटर

अब ΔABE तथा ΔCDE में

$\angle B = \angle D = 90^0$ (क्योंकि खम्भा व लड़की दोनों जमीन पर ऊर्ध्वाधर हैं ।)

$\angle E = \angle E$ (उभयनिष्ठ कोण)

इसलिये AA समरूपता से

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$ $$\frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$$

या $$\frac{4.8 + x}{x} = \frac{3.6}{0.9}$$

$(\because 90\text{cm} = 0.9\text{ m})$

या $$\frac{4.8 + x}{x} = \frac{4}{1}$$

या $$4.8 + x = 4x$$

या $$3x = 4.8$$

या $$x = 1.6$$

अतः 4 सेकण्ड के बाद लड़की की छाया 1.6 मीटर होगी।

शेखावाटी मिशन–100

अन्य महत्वपूर्ण प्रश्नः—

प्रश्न 1. ΔABC की भुजा BC का मध्य बिन्दु D है। यदि AD का समद्विभाजन करती हुई एक रेखा B से इस प्रकार खींची जाए कि वह भुजा AD को E पर काटते हुए AC को X पर काटे तो सिद्ध कीजिए — $\frac{EX}{BE}=\frac{1}{3}$

प्रश्न 2. सिद्ध करो कि दो समानकोणिक त्रिभुज परस्पर समरूप होते हैं।

प्रश्न 3. सिद्ध करो कि यदि दो त्रिभुज में संगत भुजाओं का अनुपात बराबर है तो त्रिभुज परस्पर समरूप होते हैं।

प्रश्न 4. सिद्ध करो कि यदि दो त्रिभुजों में कोई दो संगत भुजाएं परस्पर समानुपाती हो तथा उनके मध्य बना कोण बराबर हो तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

12.वृत्त

महत्वपूर्ण बिन्दु : —

1. वृत किसी तल पे उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ होता है जो तल पर एक स्थिर बिन्दु से समान दूरी पर रहते है।
2. स्थिर बिन्दु वृत का केन्द्र व नियत दूरी वृत की त्रिज्या कहलाती है।
3. वृत पर स्थित किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड वृत की जीवा कहलाती है।
4. लघुचाप का डिग्री माप 180 से कम व दीर्घ चाप का डिग्री चाप 180 से ज्यादा होता है।

प्रश्न 1. एक वृत्त किसी तल को जिस पर वह स्थित है,उसे कितने भागों में विभाजित करता है—
(अ) 1 (ब) 2 (स) 3 (द) 4 (स)

प्रश्न 2. यदि कोई जीवा वृत्त के केंद्र से गुजरती है तो वह वृत्त का .... कहलाती है—
(अ) त्रिज्या (ब) व्यास (स) परिधि (द) चाप (ब)

प्रश्न 3. एक चाप के सिरे व्यास के सिरे हो, तो वह चाप होता है—
(अ) दीर्घचाप (ब) लघुचाप (स) अर्द्धवृत (द) वृत (स)

प्रश्न 4. यदि एक वृत्त को बराबर तीन चापों में बांट दिया जाए तो प्रत्येक चाप होगा—
(अ) अर्द्धवृत (ब) लघुचाप (स) दीर्घ चाप (द) व्यास (ब)

प्रश्न 5. तीन असंरेख बिंदुओं से गुजरने वृत्तों की संख्या है—
(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अन्नत (ब)

प्रश्न 6. तीन संरेख बिंदुओं से गुजरने वाले वृत्तों की संख्या है—
(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अन्नत (अ)

प्रश्न 7. एक बिंदु, जिसकी वृत्त के केंद्र से दूरी त्रिज्या से अधिक हो वह वृत्त के .... में स्थित होता है—

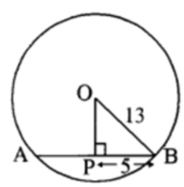
उत्तर — बहिर्भाग।

प्रश्न 8. सिद्ध कीजिए एक वृत्त के केंद्र से एक जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा का समद्विभाजन करता है—

उत्तर — पाठ्य—पुस्तक की प्रमेय—12.03

प्रश्न 9. यदि वृत्त की त्रिज्या 13 cm है और इसकी एक जीवा की लंबाई 10 cmहो, तो इस जीवा की वृत्त के केंद्र से दूरी ज्ञात करो—

उत्तर — हम जानते हैं कि किसी वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।



ΔOPB में $OB=13\,cm$

$AB=10cm$

तो $PB=5\,cm$ ($OP\perp AB$ खींचा)

पाइथागोरस प्रमेय से — $OP^2=OB^2-PB^2$

या $OP^2=13^2-5^2$

या $OP^2=169-25$

या $OP^2=144$

या $OP=\sqrt{144}$

या $OP=12$

अतः जीवा की केंद्र से दूरी = 12 सेमी

प्रश्न 10. 10 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त में दो समांतर जीवाओं की लंबाई क्रमशः 12 सेमी एवं 16 सेमी है। AB और CD के मध्य दूरी ज्ञात करो, यदि जीवाएं केंद्र के एक ही ओर हो–

उत्तर – केंद्र से जीवा AB व CD पर लंब खींचे जिससे AB व CD के मध्य बिंदु Q, P प्राप्त हुए।

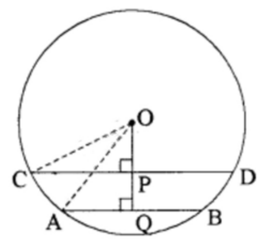
यहां $AB = 12\,cm$

तो $AQ = 6\,cm$

व $CD = 16\,cm$

तो $CP = \frac{16}{2} = 8\,cm$

त्रिज्या $OC = OA = 10\,cm$



समकोण ΔCPO में पाइथागोरस प्रमेय से–

$OP^2 = OC^2 - CP^2$

या $OP^2 = 10^2 - 8^2$

या $OP^2 = 100 - 64$

या $OP^2 = 36$

या $OP = \sqrt{36}$

या $OP = 6$

इसी प्रकार समकोण ΔAQO में पाइथागोरस प्रमेय से–

$OQ^2 = OA^2 - AQ^2$

या $OQ^2 = 10^2 - 6^2$

या $OQ^2 = 100 - 36$

या $OQ^2 = 64$

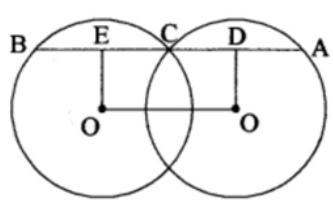
या $OQ = \sqrt{64}$

या $OQ = 8$

अतः दोनों समांतर जीवाओं के मध्य दूरी $PQ = OQ - OP = 8 - 6 = 2\,cm$ होगी।

अन्य महत्वपूर्ण प्रश्नः–

1. दी गयी आकृति में O और O' दिए गये वृतों के केंद्र हैं। $AB \parallel OO'$ है, सिद्ध करो कि $AB = 2OO'$



13. वृत्त एवं स्पर्श रेखा

प्रश्न 1. एक वृत्त पर स्थित एक बिंदु से कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती है –

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (ब)

प्रश्न 2. एक वृत्त के अन्दर स्थित एक बिंदु से कितनी स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती है –

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (अ)

प्रश्न 3. एक वृत्त के बाहर स्थित एक बिंदु से कितनी स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती है –

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (स)

प्रश्न 4. एक वृत्त पर कितनी स्पर्श रेखाएं खोची जा सकती है –

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (द)

प्रश्न 5. एक वृत्त की कितनी समान्तर स्पर्श रेखाएँ हो सकती है –

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (स)

प्रश्न6. 5 सेमी, त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र से 9 सेमी. दूर बिंदु से वृत्त पर कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती है

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (स)

प्रश्न7. दो वृत्त एक–दूसरे को अन्तःस्पर्श करते है,तो उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या होगी–

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) अंनत (ब)

प्रश्न8. वृत्त को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को क्या कहते है ?

उत्तर :– छेदन रेखा

प्रश्न9. वृत्त तथा स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को क्या कहते है ?

उत्तर :– स्पर्श बिंदु

प्रश्न 10. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं, यदि दोनो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 सेमी. तथा 3 सेमी, हो तो उनके केन्द्रो के बीच दूरी लिखिए–

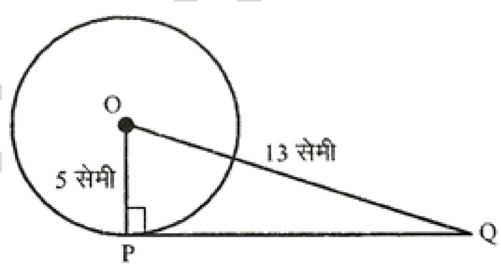
उत्तर :– 5+3=8 सेमी

प्रश्न 11. किसी वृत्त की त्रिज्या एवं स्पर्श रेखा के मध्य कितने डिग्री का कोण बनता हैं–

उत्तर :– 90°

प्रश्न 12. एक बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात किजिए जबकि बिंदु कि वृत्त के केन्द्र से दूरी 13 सेमी. और वृत्त कि त्रिज्या 5 सेमी. है–

उत्तर :–हम जानते है कि वृत्त के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु से केन्द्र को मिलाने वाली रेखा (त्रिज्या) पर लम्ब होती है।



$\therefore$ समकोण ΔOPQ में

$PQ^2=OQ^2-OP^2$

या $PQ^2=13^2-5^2$

या $PQ^2=169-25$

या $PQ^2=144$

या $PQ=\sqrt{144}$

या PQ=12सेमी

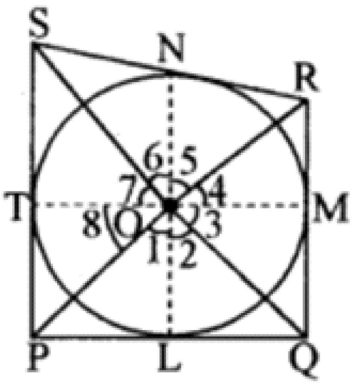
प्रश्न 13 एक वृत्त एक चतुर्भुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है सिद्ध कीजिए कि केंद्र पर सम्मुख भुजाओं द्वारा अंतरित कोण संपूरक होते हैं।

उत्तर :—दिया है—केन्द्र O वाले वृत्त के परिगत बना चतुर्भुज PORS जिसकी भुजाएँ PQ, QR, RS और SP वृत्त को क्रमशः L, M, N, T स्पर्श करती हैं।

fl) djuk g& $\angle POQ + \angle SOR = 180^\circ$

और $\angle SOP + \angle ROQ = 180$

रचना—Oको P, L, Q, M, R, N, S व T से मिलाया।



उपपत्ति—

हम जानते है कि बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती हैं।

$\therefore \angle 2 = \angle 3, \angle 4 = \angle 5, \angle 6 = \angle 7, 8 = \angle 1$

हम जानते हैं कि एक बिन्दु पर सभी कोणों का जोड़ 360 होता है।

$\therefore \quad \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8¾\ 360^\circ$

या $\angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 6 + \angle 1 = 360$

या $2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 360$

या $(\angle 1 + \angle 2) + (\angle 5 + \angle 6) = 180$

यहां $(\angle 1 + \angle 2) = \angle POQ$

व $(\angle 5 + \angle 6) = \angle SOR$

अतः $\angle POQ + \angle SOR = 180$

इसी प्रकार $\angle SOP + \angle ROQ = 180^\circ$

अतः वृत्त के परिगत बने चतुर्भुज के आमने—सामने की भुजाएँ केन्द्र पर सम्पूरक कोण आन्तरित करती हैं ।

(इतिसिद्धम्)

अन्य महत्वपूर्ण प्रश्नः—

प्रश्न 1 सिद्ध करो कि वृत्त के बाहर स्थित किसी बिंदु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाएं परस्पर समान होती है।

उत्तर :—पाठ्य—पुस्तक की **प्रमेय—13.03**

प्रश्न 2 ΔABC की भुजायें AB, BC एवं CA4 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त को क्रमशः L,M एवं N पर स्पर्श करती है यदि AN=6 सेंटीमीटर व CN=8 सेमी हो तो ΔABC की परिमिति ज्ञात करो ।

शेखावाटी मिशन—100

इकाई – 5
9 निर्देशांक ज्यामिति

अंक भार – 6

- किसी बिन्दु P का x –निर्देशांक या भुज x हो और y – निर्देशांक या कोटि y हो तो P के निर्देशांक (x, y) लिखते हैं।
- मूल बिन्दु के निर्देशांक (o, o) होते हैं।
- दो बिन्दुओं के बीच की दूरी – दो बिन्दुओं $P(x_1, y_1)$ व $Q(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी

  $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- मूल बिन्दू (o, o) से किसी बिन्दु (x, y) की दूरी $= \sqrt{x^2 + y^2}$

प्रश्न 1. बिन्दु (3, 4) की y-अक्ष से दूरी होगी।

(अ) 1 (ब) 4 (स) 2 (द) 3

उत्तर– (द) 3

प्रश्न 2. बिन्दु $(6, -3)$ की x– अक्ष से दूरी होगी।

(अ) 6 (ब) 3 (स) 2 (द) 5

उत्तर– (ब) 3

x अक्ष से दूरी $= y$ निर्देशांक का धनात्मक मान $=3$

प्रश्न 3. बिन्दु *(0,3)* और *(-2,0)* के बीच की दूरी................................है।

उत्तर– $\sqrt{13}$

प्रश्न 4. बिन्दु $(5, 7)$ की कोटि है।

(अ) 5 (ब) –7 (स) 7 (द) –5

उत्तर– (स) 7

प्रश्न 5 यदि बिन्दु *(x,3)* और *(5,7)* के बीच की दूरी 5 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर– बिन्दु *(x,2)* व *(5,7)* के बीच की दूरी *=5*

$$\sqrt{(x-5)^2 + (3-7)^2} = 5$$

$$(x-5)^2 + (-4)^2 = 25$$
$$x^2 - 10x + 16 = 0$$
$$(x-2)(x-8) = 0$$

$$x = 2, 8$$

प्रश्न 6 बिन्दु $(3, 4)$ की मूल बिन्दु से दूरी ज्ञात करो।

उत्तर– बिन्दु $(3, 4)$ की मूल बिन्दु $(0, 0)$ से दूरी

$$= \sqrt{(0-3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 7 सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $(-2,-1,),(-1,1),(5,-2)$ और $(4,-4)$ एक आयत के शीर्ष हैं।

उत्तर– माना दिये गये बिन्दु $A(-2,-1)B(-1,1),C(5,-2)$ और $D(4,-4)$ है।

$$AB=\sqrt{[-2-(-1)]^2+[-1-1]^2}=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$$

$$BC=\sqrt{[5-(-1)]^2+[-2-1]^2}=\sqrt{(6)^2+(-3)^2}=\sqrt{45}$$

$$CD=\sqrt{[4-5]^2+[-4-(-2)]^2}=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$$

$$DA=\sqrt{[4-(-2)]^2+[-4-(-1)]^2}=\sqrt{(6)^2+(-3)^2}=\sqrt{45}$$

AB=CD और BC=DA

अतः सम्मुख भुजाएं बराबर हैं।

विकर्ण $AC=\sqrt{[5-(-2)]^2+[-2-(-1)]^2}=\sqrt{(7)^2+(-1)^2}=\sqrt{50}$

$$BD=\sqrt{[4-(-1)]^2+[-4-1]^2}=\sqrt{(5)^2+(-5)^2}=\sqrt{50}$$

अतः विकर्ण बराबर है। फलतः दिये गए बिन्दु A, B, C, D आयत के शीर्ष है।

प्रश्न 8 सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1,1), (-2,7) और (3,-3) संरेख हैं।

उत्तर– माना A(1,1), B(-2,7) और (3,-3) दिए गए बिन्दु हैं।

$$AB=\sqrt{[(-2)-1]^2+[7-1]^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

$$BC=\sqrt{[3-(-2)]^2+[-3-7]^2}=\sqrt{25+100}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$

$$CA=\sqrt{[1-3]^2[+[1-(-3)]^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

$$BC=AB+CA$$

अतः बिन्दु A, B व C संरेख है।

प्रश्न 9 सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (2,-2), (-2,1) और (5,2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है।

उत्तर– माना A(2,-2), B(-2,1) और C(5,2) दिये गये बिन्दु हैं।

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी $=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$$AB=\sqrt{[-2-2]^2+[1-(-2)]^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$

$$BC=\sqrt{[5-(-2)]^2+[2-1)]^2}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}$$

$$A=\sqrt{(2-5)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}$$

$$BC^2=AB^2+CA^2$$

बौद्धायन प्रमेय से ΔABC एक समकोण त्रिभुज हैं।

अतः A,B व C एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है।

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 10. x–अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं और से समदूरस्थ है।

उत्तर– माना –अक्ष पर स्थित अभिष्ठ बिन्दु $P(x,0)$ है जो बिन्दु A(-2,-5) और B(2,-3) से समान दूरी पर है।

PA=PB

या $\sqrt{(-2-x)^2+(-5-0)^2}=\sqrt{(2-x)^2+(-3-0)^2}$

या $(-2-x)^2+25=(2-x)^2+9$ (दोनो पक्षो का वर्ग करने पर)

या $4+x^2+4x+25=4+x^2-4x+9$

या $4x+4x=9-25$

या $8x=-16$

या $x=-2$

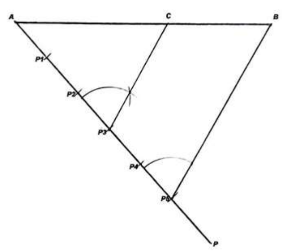
x–अक्ष पर वह बिन्दु (-2,0) होगा।

14. रचनाएं

एक रेखाखंड का दिए गए अनुपात में आंतरिक विभाजन

प्रश्न–1. एक 10 सेंमी लंबाई के रेखाखण्ड को 3 : 2 में विभाजित कीजिए ।

उत्तर–



रचना– (i) सर्वप्रथम पटरी की सहायता से रेखाखंड AB = 10 सेंमी खींचा।

(ii)AB के साथ न्यून कोण बनाती हुई है किरण AP नीचे की ओर बनायी ।

(iii) किरण AP पर A से प्रारंभ करते हुए (3+2) 5 बराबर त्रिज्या के चाप अंकित किए,इससे AP पर बिंदु P_1,P_2,P_3,P_4,P_5 प्राप्त किए।

(iv) P_5 (अंतिम चाप बिन्दु) को B से मिलाया।

(v) $\angle AP_5B$ के माप का कोण P_3 पर प्रकार की सहायता से बनाया वह AB पर बिन्दु C प्राप्त किया।

(vi) इस प्रकार C, AB को 3 : 2 में विभाजित करता है।

प्रश्न–2. एक रेखाखंड AB=9 सेमी है, AB पर एक बिंदु C ऐसा ज्ञात करो कि AC=1/3 AB

A C B

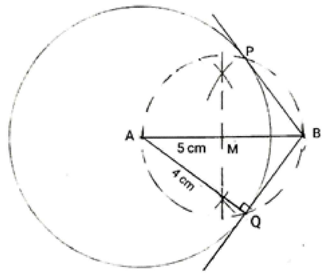
उत्तर–यहां $AC=\frac{1}{3}AB$ $\frac{AC}{AB}=\frac{1}{3}$

(अर्थात AC यदि 1 सेंटीमीटर हो तो AB,3 सेंटीमीटर का होगा व CB का मान 2 सेंटीमीटर होगा) तो AC : CB 1 : 2 अब इस प्रश्न को प्रश्न 1 की तरह हल किया जा सकता है।

वृत के बाहर स्थित बिंदु से स्पर्श रेखा खींचना

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 3 AB=5 सेंटीमीटर का एक रेखाखंड खींचो, A पर 4 सेंटीमीटर त्रिज्या का वृत बनाओ और बिंदु B से वृत पर स्पर्श रेखाएं खींचो उनकी लंबाई की गणना द्वारा जांच करो



रचना–

(i) सर्वप्रथम AB=5 सेमी रेखाखंड पटरी से खींचा।

(ii) को केंद्र मानकर दी गई त्रिज्या 4 सेमी का वृत बनाया।

(iii) का लंब समद्विभाजक खींचकर AB का मध्य बिंदु M प्राप्त किया।

(iv) M को केंद्र मानकर MA=MB त्रिज्या लेकर एक अन्य वृत्त बनाया जो । केंद्र वाले वृत को P व Q पर काटता है।

(v) B को P व Q से मिलाया, BP व BQ वृत्त की अभीष्ट स्पर्श रेखाएं हैं।

गणना द्वारा जांच–(स्केल से मापने पर BP=BQ=3 सेंटीमीटर)

A व BQ को मिलाकर ΔAQB बनाया जिसमें कोण Q=90

बोधायन सूत्र से– आधार^2 = कर्ण^2–लम्ब^2

$BQ^2=AB^2-AQ^2$

$BQ^2=25-16$

$BQ^2=9$

$BQ=3$

इसी प्रकार BQ=BP=3 cm

स्केल से मापने पर और गणना से माप सामान प्राप्त हुये।

इकाई – 7 क्षेत्रमिति

अंक भार – 10

15. वृत की परिधि एवं क्षेत्रफल

महत्वपूर्ण सूत्र –

1. वृत की परिधि = $2\pi r$,जहां r वृत्त की त्रिज्या है।
2. वृत का क्षेत्रफल = πr^2
3. दो सकेन्द्रीय वृतों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल = $\pi(r_1^2 - r_2^2)$,जहां r_1 व r_2 दोनों सकेन्द्रीय वृतों की त्रिज्याएं हैं। $(r_1 > r_2)$

महत्वपूर्ण तथ्य –

1. किसी पहिए द्वारा एक बार घूमने में तय की गई दूरी उसकी (पहिए की) परिधि के बराबर होती है।

2. पहिए द्वारा एक मिनट में लगाए गए चक्करों की संख्या = $\dfrac{\text{एक मिनट में तय की गई दूरी}}{\text{पहिए की परिधि}}$

महत्वपूर्ण प्रश्न –

प्रश्न 1. दो सकेन्द्रीय वृतों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा –

(अ) πR^2 (ब) $\pi(R+r)(R-r)$ (स) $\pi(R^2 - r)$ (द) इनमें से कोई नहीं

उत्तर– (ब) $\pi(R+r)(R-r)$

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 2. दो सकेन्द्रीय वृतों की त्रिज्याएं क्रमशः 4 सेमी व 3 सेमी हैं इन वृतों से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल निम्न में से होगा–

(अ) 22 सेमी^{2} (ब) 12 सेमी^{2} (स) 32 सेमी^{2} (द) 18सेमी^{2}

उत्तर– (अ) 22 सेमी^{2}

प्रश्न 3 यदि R_1 व R_2 त्रिज्याओं वाले दो वृतों की परिधियों का योग R त्रिज्या वाले वृत की परिधि के बराबर हो तो सही विकल्प हैं।

(अ) $R_1 + R_2 = R$ (ब) $R_1 + R_2 > R$ (स) $R_1 + R_2 < R$ (द) इनमें से कोई नहीं

उत्तर– (अ) $R_1 + R_2 = R$

प्रश्न 4. 7 सेमी त्रिज्या वाले वृत का क्षेत्रफल होगा–

(अ) 44 सेमी^{2} (ब) 22 सेमी^{2} (स) 154 सेमी^{2} (द) 132 सेमी^{2}

उत्तर– (स) 154 सेमी^{2}

प्रश्न 5. त्रिज्या 3.5 सेमी वाले वृत की परिधि होगी–

(अ) 11 सेमी (ब) 22 सेमी (स) 44 सेमी (द) 38.5 सेमी

उत्तर– (ब) 22 सेमी

प्रश्न 6. परिधि 132 सेमी वाले वृत की त्रिज्या होगी–

(अ) 28 सेमी (ब) 21 सेमी (स) 14 सेमी (द) 7 सेमी

उत्तर– (ब) 21 सेमी

प्रश्न 7. क्षेत्रफल 154 सेमी^{2} वाले वृत की त्रिज्या होगी–

(अ) 7 सेमी (ब) 21 सेमी (स) 14 सेमी (द) इनमें से कोई नहीं

उत्तर– (अ) 7 सेमी

प्रश्न 8. 14 सेमी भुजा वाले वर्ग में बने अन्तः वृत की परिधि .... होगी–

उत्तर– 44 सेमी

प्रश्न 9. एक वृत की परिधि 44 मीटर है वृत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर– वृत की परिधि 44 मीटर

$2\pi r = 44$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7$ सेमी

वृत का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ सेमी^{2}

प्रश्न 10 एक वृत्ताकार प्लेट का क्षेत्रफल 154 सेमी^{2} है इसकी परिधि ज्ञात करो।

उत्तर– वृत्ताकार प्लेट का क्षेत्रफल =154 सेमी^{2}

$\pi r^2 = 154$

$\frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$r^2 = 154 \times \frac{7}{22} = 49$

$r = 7$ सेमी

परिधि $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ सेमी

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 11 एक अर्धवृताकार प्लाट की त्रिज्या 21 मीटर है इसका क्षेत्रफल व परिमाप ज्ञात कीजिए।

उत्तर– अर्धव ताकार प्लाट का क्षेत्रफल $= \frac{\pi r^2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 693$ मीटर^2

अर्ध वृताकार प्लाट का परिमाप $= \frac{\text{परिधि}}{2} + \text{व्यास}$

$= \frac{2\pi r}{2} + 2r$

$= \frac{2 \times 22 \times 21}{7 \times 2} + 2 + 21$

=66+42=108 मीटर

प्रश्न 12 100 चक्करों में एक स्कूटर का पहिया 88 मीटर की दूरी तय करता है। इस पहिये की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर – पहिये द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी $= \frac{\text{चली गई दूरी}}{\text{चक्करों की संख्या}}$

$= \frac{88}{100}$ मीटर $= \frac{88 \times 100}{100}$ सेमी

= 88 सेमी

पहिये की परिधि = 88 सेमी

$2\pi r = 88$ सेमी

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$

$r \times \frac{88 \times 7}{2 \times 22} = 14$ सेमी

पहिये की त्रिज्या 14 सेमी

प्रश्न 13 दो वृतों की परिधियों का अनुपात 2:3 है उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करो।

उत्तर– माना दोनों वृतों की त्रिज्याएं क्रमशः r_1 व r_2 है।

दोनों वृतों की परिधियों का अनुपात $= \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$

दोनों वृतों के क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

दोनों वृतों के क्षेत्रफलों का अनुपात 4 : 9 होगा।

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 14 एक वृत की परिधि एक वर्ग के परिमाप के बराबर है। यदि वर्ग का क्षेत्रफल 484वर्गमीटर हो तो वृत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर– वर्ग का क्षेत्रफल 484 वर्गमीटर

भुजा^{2} $= 484$

भुजा $=22$ मीटर

वर्ग का परिमाप $= 4\times$ भुजा $= 4\times 22 = 88$ मीटर

वृत की परिधि = वर्ग का परिमाप

$2\pi r = 88$

$2\times\frac{22}{7}\times r = 88$

$r\times\frac{88\times 7}{2\times 22} = 14$ मीटर

वृत की त्रिज्या 14 मीटर

वृत का क्षेत्रफल $\pi r^2 = \frac{22}{7}\times 14\times 14 = 616$ वर्गमीटर

प्रश्न 15 एक वृताकार घास के मैदान की त्रिज्या 35 मीटर है। इसके बाहर चारो और 7 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है। मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर– वृताकार घास के मैदान की त्रिज्या $r_1 = 35$

मैदान के चारों ओर मार्ग की चौड़ाई $= 7$ मीटर

मार्ग सहित मैदान की त्रिज्या $r_2 = 35 + 7 = 42$ मीटर

मार्ग का क्षेत्रफल = $\pi r_2^2 - \pi r_1^2$

$= \pi\left(r_2^2 - r_2^2\right)$

$= \frac{22}{7}\left[(42)^2 - (35)^2\right]$

$= \frac{22}{7}\times 539$

$= 1694$ वर्ग मीटर

शेखावाटी मिशन–100

16. पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

महत्वपूर्ण सूत्र –

1. घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6\times$ भुजा^{2}
2. घन का आयतन $=$ भुजा^{3}
3. घन का विकर्ण $\sqrt{3}\times$ भुजा
4. घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (ल. $\times$ चौ. + चौ. $\times$ ऊं + ऊं $\times$ ल.)
5. घनाभ का आयतन = ल. $\times$ चौ. $\times$ ऊं = आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊंचाई
6. घनाभ का विकर्ण $= \sqrt{\text{लम्बाई}^2 + \text{चौडाई}^2 + \text{ऊँचाई}^2}$
7. कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = 2 ऊंचाई (लम्बाई + चौड़ाई)
8. बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
9. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r+h)$
10. बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$
11. खोखले बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi(r_1+r_2)(h+r_1-r_2)$
12. खोखले बेलन का आयतन $= \pi(r_1^2 - r_2^2)h$
13. ठोस गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^3$
14. ठोस गोले का आयतन $= \dfrac{4}{3}\pi r^3$
15. अर्द्ध गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$
16. अर्द्ध गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$
17. अर्द्ध गोले का आयतन $= \dfrac{2}{3}\pi r^3$
18. गोलीय कोश का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi(r_1^2 - r_2^2)$

प्रश्न 1. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 486 वर्ग सेमी है घन की भुजा होगी–

(अ) 6 सेमी (ब) 8 सेमी (स) 9 सेमी (द) 7 सेमी

प्रश्न 2. एक गोले का व्यास 6 सेमी है गोले का आयतन होगा–

(अ) 16π घन सेमी (ब) 20π घन सेमी (स) 36π घन सेमी (द) 30π घन सेमी

प्रश्न 3. एक बेलन के आधार की त्रिज्या 14 सेमी तथा ऊंचाई 10 सेमी है। बेलन का वक्रप भठ होगा।

(अ) 810 सेमी^{2} (ब) 880 सेमी^{2} (स) 888 सेमी^{2} (द) 890 सेमी^{2}

प्रश्न 4. यदि घनाभ की लंबाई 12 मीटर, चौड़ाई 9 मीटर और ऊंचाई 8 मीटर है तो घनाभ के विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर– घनाभ का विकर्ण $\sqrt{\text{लम्बाई}^2 + \text{चौडाई}^2 + \text{ऊँचाई}^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (8)^2}$

$=$ 17 मीटर

प्रश्न 5 घन के एक पृष्ट का परिमाप 28 सेमी है तो घन का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर– घन के एक पृष्ठ का परिमाप $= 28$ सेमी

$4\times$ भुजा $= 28$

भुजा $\dfrac{28}{4} = 7$ सेमी

घन का आयतन = (भुजा)^3

= $(7)^3$

= 343 घन सेमी

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 6 एक बेलन का व्यास 14 सेमी और ऊंचाई 15 सेमी है। बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर– बेलन की त्रिज्या $r = \frac{14}{2} = 7$ सेमी

ऊंचाई $h =$ 15 सेमी

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r+h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7+15)$

$=$ 968 वर्ग सेमी

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 15$

= 2310 घन सेमी

प्रश्न 7 एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 660 वर्ग सेमी तथा ऊंचाई 15 सेमी है इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर– बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 660$ वर्ग सेमी

या $2\pi rh = 660$

$r = \frac{660 \times 7}{2 \times 22 \times 15} = 7$ सेमी

आयतन $= \pi r^2 h$

$\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15 = 2310$ घन सेमी

प्रश्न 8 एक बेलन की त्रिज्या और ऊंचाई का अनुपात 1:3 है। यदि बेलन का आयतन 3234 सेमी^{3} है तो बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर– माना बेलन की त्रिज्या r तथा ऊंचाई $3r$ है।

बेलन का आयतन $= 3234$

$\pi r^2 h = 3234$

$\frac{22}{7} \times r^2 \times 3r = 3234$

$r^3 = \frac{3234 \times 7}{22 \times 3} = 343$

$r = 7$ cm

बेलन की ऊंचाई $3 \times 7 = 21$ सेमी.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(h+r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (21+7) = 1232$ सेमी^{2}

प्रश्न 9 यदि एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 5544 सेमी^{2} है तो गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर– गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$4\pi r^2 = 5544$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 5544$

$r^2 = \frac{5544 \times 7}{4 \times 22} = 441$

$r = 21$ cm

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$

$= 38808$ घन सेमी

प्रश्न 10. 6 सेमी व्यास का एक गोला 12 सेमी व्यास के बेलनाकार बर्तन में जिसमें पानी है, डाला जाता है। बर्तन में पानी कितना ऊपर चढ़ जाएगा।

उत्तर– गोले का व्यास 6 सेमी

गोले का त्रिज्या =3 सेमी

गोले का आयतन $= \frac{4}{3} \times \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3 = 36\pi$ घन सेमी

बेलन का व्यास =12 सेमी

बेलन की त्रिज्या = 6 सेमी

$\therefore$ बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = \pi \times 6 \times 6 \times h = 36\pi h$

गोले का आयतन = बेलन का आयतन

$36\pi = 36\pi h$

$h = 1$ cm

अतः बर्तन में पानी 1 सेमी ऊपर चढ़ जायेगा।

प्रश्न 11 दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 4:9 है। उनके आयतनो का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर– दोनों गोलो के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$

$= \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{9}$

$= \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{2}{3}$

दोनों गोलो के आयतनो का अनुपात $= \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$

$= \frac{r_1^3}{r_2^3}$

$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \quad = 8 : 27$

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 12. क्रमशः 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी त्रिज्याओं वाले धातु के तीन ठोस गोलों को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। इस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर– बड़े गोले का आयतन तीनों छोटे गोलो के आयतन का योग

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi\left(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3\right)$$

$$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\left(6^3 + 8^3 + 10^3\right)$$

$$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times r^3 = \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 1728$$

$$= r^3 = 1728$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

समान्तर माध्य

समान्तर माध्य = $\frac{\text{आंकड़ों का योग}}{\text{आंकड़ों की संख्या}}$

(अ) व्यक्तिगत श्रेणी का माध्य $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$

आंकडों की संख्या $\sum x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots \ldots \ldots + x_n$

(ब) अवर्गीकृत बटन $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$

(स) कल्पित माध्य द्वारा $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

जहाँ a = कल्पित माध्य (चर x का माध्यमान)

(द) पद विचलन विधि = $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

जहाँ A कल्पित माध्य (चर x का माध्यमान)

$u_i = \frac{d_i}{h} = \frac{x_i - A}{h}$, h = वर्ग अन्तराल

प्रश्न–1 चार छात्रों के साख्यिकी में प्राप्तांक 53, 75 , 42, 70 हैं उनके प्राप्तांक का समान्तरमाध्य है।

(अ) 42 (ब) 64 (स) 60 (द) 56 ( )

समान्तर माध्य $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{\text{आंकड़ों का योग}}{\text{आंकड़ों की संख्या}}$

$$= \frac{53+75+42+70}{4}$$

$$= \frac{240}{4}$$

= 60 उत्तर

शेखावाटी मिशन–100

2. यदि 5, 7, 9, का समान्तर माध्य 9 है तो का माध्य मान है–

(अ) 11 (ब)15 (स) 18 (द) 16 ( )

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{\text{आंकड़ों का योग}}{\text{आंकड़ों की संख्या}}$$

$$9 = \frac{5+7+9+x}{4}$$

या $36 = 21 + x$ या $x = 36 - 21 = 15$ उत्तर

3 पाँच संख्याओं का माध्य 18 है यदि एक संख्या हटा दी जाती है, तो माध्य 16 हो जाता है। हटाई गई संख्या है–

(अ) 10 (ब) 18 (स) 26 (द) 16 ( )

पाँच संख्याओं का माध्य = 18

कुल मान $= 18 \times 5$ = 90

एक संख्या हटाने पर शेष 4 संख्याओं का माध्य =16

तो कुल मान = $4 \times 16 = 64$

$\therefore$ हटाई गई संख्या= 90–64 = 26 उत्तर

4 निम्न बारम्बारता बटन का माध्य ज्ञात कीजिए : (अवर्गीकृत बटन)

x	3	5	8	11
f	2	4	5	6

उत्तर

समान्तर माध्य की सारणी

x	3	5	8	11	
f	2	4	5	6	$\sum f = 14$
fx	$3 \times 2 = 6$	$5 \times 4 = 20$	$8 \times 5 = 40$	$11 \times 3 = 33$	$\sum fx = 99$

समान्तर माध्य $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ $= \frac{99}{14} = 7.07$

5 यदि निम्न बारम्बारता बटन का माध्य 1.46 हो तो, अज्ञात बारम्बारता ज्ञात कीजिए–

x	0	1	2	3	4	5	योग
f	46	––	––	25	10	5	200

उत्तरः–

6 निम्न बारम्बारता बटन का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए–(वर्गीक त सारणी)

वर्ग	0–6	6–12	12–18	18–24	24–30
बारम्बारता	6	8	10	9	7

समान्तर माध्य की गणना–

वर्ग	बारम्बारता (f)	मध्यमान (x)	fx
0–6	6	3	18
6–12	8	9	72
12–18	10	15	150
18–24	9	21	189
24–30	7	27	189
	$\sum f = 40$		$\sum fx = 618$

समान्तर माध्य $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

$= \frac{618}{40} = 15.45$

अतः माध्य $\bar{x} = 15.45$ उत्तर

7 निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य कल्पित माध्य की सहायता से ज्ञात कीजिए–(अवर्गीकृत)

भार (किग्रा में)	60	61	62	63	64	65
मजदूरों की संख्या	5	8	14	16	10	7

यहाँ कल्पित माध्य 62 है।

x	f	$d = (x - 62)$	fd
60	5	−2	−10
61	8	−1	−8
62	14	0	00
63	16	1	16
64	10	2	20
65	7	3	21
	$\sum f = 60$	$\sum fd = 39$	

समान्तर माध्य $\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

$\bar{x} = 62 + \frac{39}{60}$

= 60.65 किग्रा

8 निम्न बारम्बारता बंटन का कल्पित माध्य की सहायता से ज्ञात कीजिए–

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारम्बारता	6	10	13	7	4

हलः

वर्ग	f_i	x_i	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
0–10	6	5	−20	$-20 \times 6 = 120$
10–20	10	15	−10	$-10 \times 10 = 100$
20–30	13	25	0	$0 \times 13 = 0$
30–40	7	35	10	$10 \times 7 = 70$
40–50	4	45	20	$20 \times 4 = 80$
	40			$\sum f_i d_i = -70$

A = 25

समान्तर माध्य $= A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 25 + \left(\frac{-70}{40}\right)$

= 25 – 1.75 = 23.5 उत्तर

9 निम्न बंटन का माध्य 7.5 हो तो P का मान ज्ञात कीजिए–

X	3	5	7	9	11	13
F	6	8	15	P	8	4

हलः– समान्तर माध्य $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

x_i	f_i	$f_i x_i$
3	6	$6 \times 3 = 18$
5	8	$5 \times 8 = 40$
7	15	$15 \times 7 = 105$
9	p	$P \times 9 = 9P$
11	8	$8 \times 11 = 88$
13	4	$4 \times 13 = 52$
	$41 + P$	$303 + 9P$

समान्तर माध्य $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

$7.5 = \frac{303+9P}{41+P}$

$7.5 \times (41 + P) = 303 + 9P$

$307.5 + 7.5P = 303 + 9P$

$307.5 - 303 = 9P - 7.5P$

$4.5 = 1.5\ P$

$P = \frac{4.5}{1.5} = 3$ उत्तर

❖ माध्यक

(a) व्यक्तिगत श्रेणी का माध्यक

(1) चर x के n पदों का आरोही व अवरोही क्रम में व्यवस्थित किया जाये।

(2) निम्न सूत्र से माध्यक ज्ञात किया जाएगा–

माध्यक $= \frac{n+1}{2}$ वां पद / मध्य पद, यदि n विषम हैं।

$\frac{\frac{n}{2}+\frac{n}{2}+1}{2}$. वां पद / मध्य दो पदों का औसत, यदि n सम है।

प्रश्न संख्या–1 बंटन 2, 3, 4, 5, 7, 1 का माध्यक है–

(अ) 4 (ब) 7 (स) 11 (द) 3.5 ( )

आरोही क्रम में लिखने पर = 1, 2, 3, 4, 5, 7

यहाँ पदों की संख्या 6 है जो सम संख्या हैं। अतः

माध्यक $= \frac{\frac{n}{2}+\frac{n}{2}+1}{2}$

$= \frac{\frac{6}{2}+\frac{6}{2}+1}{2}$

$= \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$

अतः माध्यक = 3.5 उत्तर

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न संख्या–2 आंकड़े 3, 8, 7, 5, 4, 10 व 9 का माध्यक है–

(अ) 8 (ब) 7 (स) 5 (द) 9 ( )

उत्तरः– दिये गये आंकड़ों को आरोही क्रम में लिखने पर 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 यहाँ पदों की संख्या 7 है जो विषम है–

अतः माध्यक $M = \frac{n+1}{2}$ वां पद

$= \frac{7+1}{2} = 4$ वां पद

अतः 4 वां पद = 7 माध्यक है।

❖ अवर्गीकृत बारम्बारता बटन का माध्यकः–

1 संचयी बारम्बारता सारणी बनाईये

2 $\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2}$ ज्ञात कीजिये–

3 N/2 से ठीक अधिक संचयी बारम्बारता के संगत चर का मान ही अभीष्ट माध्यक है।

प्रश्न संख्या–3 निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात करो–

x	2	4	6	8	10	12	14
f	2	4	8	5	3	7	2

हल –

x	f	cf (संचयी बारम्बारता)
2	2	2
4	4	2+4=6
6	8	6+8=14
8	5	14+5=19
10	3	19+3=22
12	7	22+7=29
14	2	29+2=31
	$\sum f = 31$	$N = 31$

$\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2} = \frac{31}{2} = 15.5$

15.5 से ठीक अधिक संचयी बारम्बारता के संगत चर है

इसलिए अभीष्ट माध्यक = 8 उत्तर

❖ (c) वर्गीकृत बारम्बारता बंटन का माध्यक–

1 संचयी बारम्बारता की सारणी बनाईये–

2 $\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2}$ ज्ञात कीजिये–

3 N/2 से ठीक अधिक संचयी बारम्बारता के संगत वर्ग माध्यक वर्ग है।

4 माध्यक $M = L + (\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}) \times h$

जहाँ L माध्यक वर्ग की निम्न सीमा, f = माध्यक वर्ग की बारम्बारता

h = माध्यक वर्ग का अन्तराल, cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की संचयी बारम्बारता

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न संख्या–4 निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए– (वर्गीकृत सारणी)

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारम्बारता	4	28	42	20	6

हल

वर्ग	f_i	cf
0–10	4	4
10–20	28	4+28=32
20–30	42	32+42=74
30–40	20	74+20=94
40–50	6	94+6=100
	100	$N = 100$

$$\frac{N}{2} = \frac{\Sigma f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

50 से ठीक बड़ी $\mathrm{cf} = 74$

74 से संगत वर्ग का मान =20–30

अतः माध्यक वर्ग = 20–30

$L =$ माध्यक वर्ग की निम्न सीमा= 20

$cf =$ माध्यक वर्ग से पूर्व वर्ग की संचयी बारम्बारता= 32

f माध्यक वर्ग की बारम्बारता = 42

$h =$ माध्यक वर्ग का अन्तराल= 10

माध्यक $M = L + (\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}) \times h$

$$= 20 + \left(\frac{50-32}{42}\right) \times 10$$

$$= 20 + (\frac{18}{42} \times 10)$$

$$= 20 + \frac{180}{42}$$

$$= 20 + 4.28 = 24.28$$ उत्तर

➢ अभ्यासार्थ प्रश्नः–

1 निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक तथा समान्तर माध्य ज्ञात करो–

वर्ग	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
बारम्बारता	12	26	20	14	28

प्रायिकता

- किसी घटना को घटित होने पर संभावना का संख्यात्मक रूप ही प्रायिकता है।

$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{घटनाकेअनुकूलपरिणाम}}{\text{कुलसंभावितपरिणाम}}$

- P(A)- घटना Aके घटित होने की प्रायिकता
- $P(\overline{A})$- घटना Aके घटित नहीं होने की प्रायिकता
- $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
- $0 \leq P(A) \leq 1$

बहु विकल्पनीय प्रश्न

1. यदि कोई घटना घटित नहीं हो सकती है, तो उसकी प्रायिकता हैः–

(अ) 1 (ब) $\frac{3}{4}$ (स) $\frac{1}{2}$ (द) 0 ( )

2. यदि P(A) घटना A के होने की प्रायिकता को दर्शाता हो, तो –

(अ) $P(A) > 1$ (ब) $P(A) < 0$ (स) $0 \leq P(A) \leq 1$ (द) $-1 \leq P(A) \leq 1$ ( )

3. 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी में से एक कार्ड निकाला जाता है। कार्ड का ईंट का इक्का न होना घटना E है। E के अनुकूल परिणामों की संख्या है–

(अ) 13 (ब) 4 (स) 51 (द) 48 ( )

4. एक थैले मे कार्ड हैं जिन पर 2,3,4,कृकृकृ 11 संख्याएँ अंकित हैं। थैले में से याद च्छया एक कार्ड निकाला गया है। निकाले गये कार्ड पर एक अभाज्य संख्या होने की प्रायिकता है–

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{2}{5}$ (स) $\frac{3}{10}$ (द) $\frac{5}{9}$ ( )

5. एक पासे को एक बार फैंका जाता है। एक अभाज्य संख्या के आने की प्रायिकता है–

(अ) $\frac{2}{3}$ (ब) $\frac{1}{3}$ (स) $\frac{1}{2}$ (द) $\frac{1}{6}$ ( )

6. ताश के 52 पत्तों में याद च्छिक रूप से एक पत्ता चुने जाने पर उसके हुकुम का पत्ता होने की प्रायिकता है–

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{1}{13}$ (स) $\frac{3}{4}$ (द) $\frac{1}{4}$ ( )

ताश की गड्डी में कुल पत्ते $= 52$

हुकुम के पत्ते आने की अनुकूल घटना $= 13$

इसलिए प्रायिकता $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

7. एक पासे को फैंकने पर एक विषम अंक आने की प्रायिकता होगी–

(अ) $\frac{3}{4}$ (ब) $\frac{2}{3}$ (स) $\frac{1}{4}$ (द) $\frac{1}{2}$ ( )

एक पासे को फैंकने की घटना $= 6(1,2,3,4,5,6)$

विषम अंक आने की घटना $= (1,3,5)$

इसलिए प्रायिकता $= \frac{\text{अनुकूलघटना}}{\text{कुलघटना}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8. दो पासों का उछालने पर उनके अंकों का योग 7 आने की प्रायिकता है–

(अ) $\frac{1}{6}$ (ब) $\frac{1}{18}$ (स) $\frac{23}{108}$ (द) $\frac{2}{9}$ ( )

शेखावाटी मिशन–100

दो पासों को एक साथ फैंकने पर कुल घटना $= 36$

योग 7 आने की अनुकूल घटना $= (5,2)(2,5)(3,4)(4,3)(6,1)(1,6) = 6$

इसलिए प्रायिकता $= \frac{\text{अनुकूलघटना}}{\text{कुलघटना}}$

$= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

9. दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर समान चित या पट आने की प्रायिकता ज्ञात करो–

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{3}{4}$ (स) 1 (द) $\frac{1}{4}$ ( )

दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर कुल घटना $= 2^2 = 4\ (HT, TH, TT)$

एक साथ समान चित या पट आने की अनुकूल घटना $= (TT, HH) = 2$

इसलिए प्रायिकता $= \frac{\text{अनुकूलघटना}}{\text{कुलघटना}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

10. किसी अभिप्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग क्या होता है?

उत्तर– $-P(+P(+P(+P(+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+ +P(= 1$

11. किसी निश्चित घटना की प्रायिकता क्या होगी?

उत्तर– 1

12. किसी असंभव घटना की प्रायिकता क्या होगी?

उत्तर – (0)

13. एक सिक्के को एक बार उछालने पर पट (T) आने की प्रायिकता क्या होगी?

उत्तर– एक सिक्के का एक बार उछालने पर संभावित परिणाम = चित(H), पट(T)

कुल परिणाम = 2

P(T) = पट आने की प्रायिकता==

14. यदि =0.092 है तो $P(\overline{E})$ ज्ञात करो–

उत्तर- = 1-P(E)

= 1-0.092

=0.908

पासे से संबंधित प्रश्न

एक पासे को n बार/n पासों का एक बार उछालने पर कुल संभव परिणाम =

एक पासे का एक बार उछालने पर कुल संभव परिणाम = 1,2,3,4,5,6,

कुल परिणाम – 06

सम संख्या – 2, 4, 6 वि ाम संख्या 1, 3, 5 अभाज्य संख्या 2, 3, 5

15. एक पासे का एक बार उछालने पर सम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात करो।

कुल परिणाम–06

सम संख्या– 2, 4, 6

सम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता= $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

16. एक पासे को दो बार उछालने पर संभावित कुल परिणाम कितने होंगे?

उत्तर –

17. एक पासे को दो बार उछालने पर इसकी क्या प्रायिकता होगी कि प्राप्त संख्याऐं–

(अ) योग 10 हो (ब) युग्मक (द्विक) संख्याऐं हो

शेखावाटी मिशन–100

उत्तर – कुल परिणाम = 36

(अ) योग 10 प्राप्त हो इस घटना के अनुकूल परिणाम

=(6,4) (5,5) (4,6) कुल =03

प्राप्त संख्याओं का योग होने की प्रायिकता=

(ब) युग्मक संख्याऐं (1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)(6,6)

कुल = 06

युग्मक संख्यऐं प्राप्त होने की प्रायिकता= $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

18. एक सिक्के को दो बार उछालने पर कुल परिणाम लिखो–

एक सिक्के को n बार / n सिक्कों का एक बार उछालने पर कुल परिणाम =

उत्तर– $2^2 = 4$

19. एक सिक्के को दो बार उछालने पर सभी संभावित परिणाम लिखो।

उत्तर– चित(H) पट(T)

परिणाम - HH, HT, TH, TT

20. एक सिक्के को दो बार उछालने पर दोनों बार पअ आने की प्रायिकता ज्ञात करो।

उत्तर कुल परिणाम = 4

अनुकूल परिणाम = 1

प्रायिकता $=\frac{1}{4}$

21. एक सिक्के को तीन बार उछालने पर संभावित कुल परिणाम कितने होंगे।

उत्तर – $2^3 = 2\times2\times2 = 8$

22. 1 से 20 तक की प्राकृत संख्याओं में से एक संख्या का चयन किया जाता है। प्रायिकता ज्ञात करो–

(अ) संख्या अभाज्य हो (ब) संख्या 5 से भाज्य हो

उत्तर – कुल परिणाम= 20

(अ) अभाज्य संख्या आने के अनुकूल परिणाम= 2,3,5,7,11,13,17,19

कुल = 8

अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता= $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

(ब) 5 से भाज्य आने के अनुकूल परिणाम = 5,10,15,20

घटना के अनुकूल परिणाम = 4

घटना संख्या 5 से भाज्य आने की प्रायिकता= $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

23. एक लीप वर्ष में 53 रविवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर– लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं।

52 पूर्ण सप्ताह अर्थात $52\times7 = 364$ दिन

शेष दिन – 02

इन दो दिनों की संभावनाऐं रविवार व सोमवार, सोमवार व मंगलवार, मंगलवार व बुधवार, बुधवार व गुरूवार, गुरूवार व शुक्रवार, शुक्रवार व शनिवार, शनिवार व रविवार

अतः कुल परिणाम = 07

इन 7 स्थितियों में रविवार आने की प्रायिकता =02

लीप वर्ष में 53 रविवार आने की प्रायिकता= $\frac{2}{7}$

शेखावाटी मिशन–100

24. एक अलीप वर्ष में 52 सोमवार आने की प्रायिकता ज्ञात करो।
52 पूर्ण सप्ताह अर्थात 364 दिन जिनमें 52 सोमवार होंगे
शेष दिन –01
01 दिन हेतु संभव स्थितियां – सोम, मंगल, बुध, गुरू, शुक्र, शनि, रवि
कुल परिणाम= 07
इन स्थितियों में सोमवार न आने के संभव परिणाम = 6

अलीप वर्ष में केवल 52 सोमवार आने की प्रायिकता= $\frac{6}{7}$

25. राम तथा मोहन मित्र हैं। उनके जन्म दिवस की प्रायिकता ज्ञात करो–
(अ) जब जन्म दिवस समान हैं। (ब) जब जन्म दिवस भिन्न हो।

उत्तर – एक वर्ष में 365 दिन होते हैं।
कुल संभावित परिणाम = 365
(अ) जब राम व मोहन के जन्म दिवस समान हो तो अनुकूल परिणाम = 01

प्रायिकता (जब राम व मोहन के जन्म दिवस समान हो)= $\frac{1}{365}$

(ब) जब राम व मोहन के जन्म दिवस भिन्न हो तो अनुकूल परिणाम= 364

प्रायिकता (जब राम व मोहन के जन्म दिवस भिन्न हो)= $\frac{364}{365}$

ताश के पत्तों से संबंधित प्रश्न–

ताश की गड्डी में कुल पत्ते (कार्ड) = 52
लाल रंग के पत्ते (कार्ड) = 26काले रंग के पत्ते (कार्ड) = 26
मुख (फेस)/ तस्वीर कार्ड= 12(4+4+4)
बादशाह= 4 बेगम= 4 गुलाम= 4
शेष= 2,3,4,5,..........10 तक प्रत्येक 4 पत्ते
हुकुम के पत्ते = 13 (काले) ईंट के पत्ते= 13 (लाल)
लाल पान के पत्ते= 13 पत्तेचीड़ी के पत्ते = 13 (काले)

26. ताश की गड्डी में से एक पत्ता निकालने पर काले रंग का पत्ता प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात करो।

उत्तर– कुल परिणाम= 52 काले रंग का पत्ता आने के अनुकूल परिणाम = 26

काले रंग का पत्ता आने की प्रायिकता= $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

27. ताश के 52 पत्तों की एक भली भांति फैंटी गड्डी में से एक पत्ता निकाला गया है निकाले गये पत्ते की प्रायिकता ज्ञात करो यदि–
(अ) पत्ता ईंट का हो (ब) पत्ता पान का न हो
(स) पत्ता लाल रंग के बादशाह का हो (द) काले रंग की तस्वीर वाला हौ

उत्तर– कुल परिणाम=52
(अ) ईंट के पत्ते= 13

ईंट का पत्ता प्राप्त होने की प्रायिकता= $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(ब) पत्ता पान का न होने की अनुकूल परिणाम= 52-13= 39

निकाला गया पत्ता पान का न होने के अनुकूल प्रायिकता= $\frac{39}{52} = \frac{3}{4}$

(स) पत्ता लाल रंग का बादशाह होने के अनुकूल परिणाम= 02

निकाला गया पत्ता लाल रंग का बादशाह होने की प्रायिकता= $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(द) निकाला गया पत्ता काले रंग का तस्वीर वाला होने के अनुकूल परिणाम= 06 (काले फेस कार्ड)

निकाला गया पत्ता काले रंग का तस्वीर वाला होने की प्रायिकता= $\frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

शेखावाटी मिशन–100

अभ्यासार्थ प्रश्नः–

- (1) यदि $P(E) = 0.65$ तो ज्ञात करो।
- (2) एक पासे का एक बार फैंकने पर 3 से छोटी अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात करो।
- (3) एक बक्से में कार्ड है जिन पर 1 से 100 की संख्याएँ अंकित हैं। बक्से में से यादृच्छया एक कार्ड निकाला गया है। प्रायिकता ज्ञात करो कि निकाले गये कार्ड पर प्राप्त संख्या–
  (अ) पूर्ण वर्ग हो (ब) 6 से भाज्य हो
- (4) एक सिक्के को दो बार उछालने पर एक भी बार चित न आने की प्रायिकता ज्ञात करो।
- (5) एक सिक्के को तीन बार उछालने पर तीनों बार चित आने की प्रायिकता ज्ञात करो।
- (6) एक डिब्बे में 20 खराब पैन व 130 अच्छे पैन हैं, यदि एक पैन यादृच्छया निकाला गया है तो पैन के अच्छे न हाने की प्रायिकता ज्ञात करो।
- (7) एक अलीप वर्ष में 53 सोमवार आने की प्रायिकता ज्ञात करो।

सड़क सुरक्षा

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

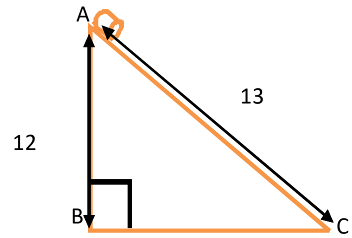
1. P.U.C का पूरा नाम :–प्रदूषण नियंत्रित प्रमाण–पत्र
2. रूकने की दूरी = प्रतिक्रिया + अवरोध दूरी
3. CCTV का पूरा नाम = क्लोज्ड सर्किट टेलिविजन
4. यातायात संकेतों में लाल बत्ती की आकृति = अष्टभुजाकार
5. CCTV कैमरे का उपयोगः–
   (1) इसके द्वारा चारों ओर का दृश्य दिखाई देता है। जिससे कोई भी व्यक्ति यातायात नियमो का उल्लंघन करता है तो वह पकड़ में आ जाता है एवं उल्लंघन करने से डरता है।
   (2) सड़क दुर्घटना होने पर CCTVद्वारा पता लग जाने से तुरन्त रोगी वाहन सेवा को भेजा जा सकता है।
7. P.U.C को बढावा देने के लिए क्या कदम उठाये गये है।
   इसे बढावा देने के लिए सरकार ने LPG तथा CNG को पेट्रोल के स्थान पर प्रयोग करने की योजना शुरू की गई हैं।
   7 यदि आप पहली, दूसरी, तीसरी व चौथी सिग्नल लाईट को क्रमशः 3, 9, 15, 21 सैकण्ड में पार करते हो तो 20 वीं सिग्नल लाईट को पार करने में कितना समय लगेगा?
   यह A.P.पर आधारित प्रश्न है
   (पहली सिग्नल लाईट को पार करने में लगा समय)
   सार्वअन्तर = $(d) = a_2 - a_1 = 9 - 3 = 6 sec.$
   अतः $a_n = a + (n-1)d$
   $a_{20} = 3 + (20-1) \times 6$
   $= 3 + 19 \times 6$
   $= 3 + 114$
   $= 117 sec.$
   20वीं सिग्नल लाईट को पार करने में लगा समय =117 सैकण्ड उत्तर
8. वाहनों के चालान काटने के दो कारण लिखो–
   (1) ओवरलोडिंग करना
   (2) तेज गति से चलाना
9. प्रत्येक किलोमीटर के बाद का टैक्सी किराया जबकि प्रथम किलोमीटर के लिए किराया 10 रूपये है और प्रत्येक अतिरिक्त किलोमीटर के लिए किराया 6 रूपये है। उपरोक्त स्थिति में समान्तर श्रेणी बनाईएः–
   $a_1 = 10$ (प्रथम किलोमीटर का किराया)
   सार्वअन्तर $(d) =$ (अतिरिक्त किराया)
   $a_2 = a_1 + d = 10 + 6 = 16$
   $a_3 = a_2 + d = 16 + 6 = 22$
   $\therefore a_n = 10, 16, 22, \ldots\ldots\ldots\ldots$

शेखावाटी मिशन–100

10. एक सीधे व 12 मीटर ऊँचे पोल के शीर्ष पर एक CCTV कैमरा लगाना है ताकि पोल के शीर्ष से 13 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देखा जा सके । इस स्थिति में–

(1) पोल के पाद से वह दूरी जिसके आगे यातायात दिखाई देता है क्या होगी?

(2) पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा?



(1) उत्तरः– समकोण त्रिभुज ABC में पाईथागोरस प्रमेय से

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{13^2 - 12^2}$

$= \sqrt{169 - 144}$

$BC = 5$ मीटर उत्तर

(2) पोल के चारों ओर अदर्शनीय व त्त का क्षेत्रफल

$= 3.14 \times 5^2$

$= 3.14 \times 25$

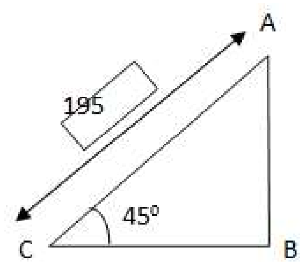
$= 78.5$�

11. पुलिस की पीसीआर वैन में सुरक्षा की दृष्टि से छोटी–छोटी बंदूकें क्षैतिज के साथ का कोण बनाते हुए लगाई गई है। यदि बंदूक द्वारा छोड़ी गई गोली 195 मीटर जाती है तो गोली के अन्तिम स्थान की पृथ्वी तल से ऊँचाई की गणना कीजिए–

उत्तरः– ΔABC में $\sin\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC}$

$\theta = 45°, AC = 195$ मीटर रखने पर

$\sin\sin 45° = \frac{AB}{195}$



$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{195}$

$AB = 195 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{195}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{195}{2} \times \sqrt{2} \frac{195}{2} \times 1.414$

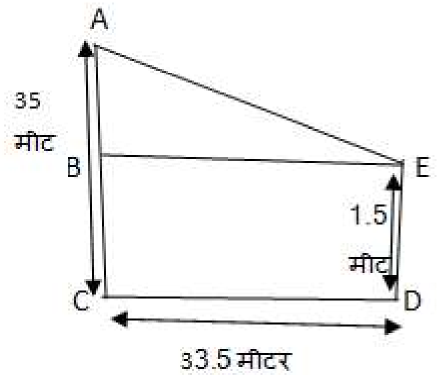
= 137.865 मीटर उत्तर

शेखावाटी मिशन–100

12. समुद्र के किनारे सुरक्षा की दृटि से एक खम्भे पर एक CCTV कैमरा लगाया गया है यदि इस कैमरे के द्वारा 1.5 मीटर लम्बा व्यक्ति 33.5 मीटर दूरी पर स्पष्ट देखा जा सकता है जबकि कैमरा 35 मीटर की ऊँचाई पर लगा है कैमरे का अवनमन कोण ज्ञात कीजिए–

उत्तरः– $\tan\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{BE}{AB}$

$$\tan\tan\theta = \frac{33.5}{35-1.5}(BE = CD)$$



$$\tan\tan\theta = \frac{33.5}{33.5}$$

$= 1$

$= \tan 45°$

$\theta = 45°$

अतः कैमरे का अवनमन कोण = 45^0

13. किसी नगर में टेक्सी का किराया पहले किलोमीटर का 9 रूपये उसके बाद के लिए 6रूपये है यदि तय की गई दूरी किलोमीटर है और किराया रूपये है तो समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए–

पहले किलोमीटर का किराया = 9 रूपये

अगले किलोमीटर का किराया = 6 रूपये

कुल दूरी = x किलोमीटर

कुल किराया = y रूपये

प्रश्नानुसार $y = 9 \times 1 + 6(x-1)$

$y = 9 + 6x - 6$

$y = 9 + 6x - 6$

उत्तरः– $6x - y + 3 = 0$

15. एक बस स्टैण्ड पर साधारण बसों की संख्या डीलक्स बसों की संख्या की तिगुनी है, यदि साधारण बसों की संख्या x है तो 5 वर्ष बाद डीलक्स बसों की संख्या लिखो।

चुँकि साधारण बसों की संख्या है, $= x$

तब डीलक्स बसों की संख्या $= \frac{1}{3}x$

5 वर्ष बाद डीलक्स बसों की संख्या $= \frac{1}{3}x + 5$ उत्तर

शेखावाटी मिशन–100

मॉडल प्रश्न पत्र – 1

SECTION-A

प्रश्न 1. निम्नांकित प्रश्नों में से दिये गये सही विकल्प का चयन कर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए।

(i) 98 का वर्ग होगा

(a) 9604 (b) 9804 (c) 9504 (d) 9404

(ii) बहुपद $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$ के शून्यकों का योग होगा–

(a) $\frac{-5}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{-2}{3}$

(iii) बहुपद $f(x) = 2x^2 + x + k$ का एक शून्यक 3 है तो का मान होगा।

(a) 12 (b) 21 (c) 24 (d) –21

(iv) $\sin^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3}$ का मान होगा–

(a) 1 (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(v) एक उर्ध्वाधर छड़ की लम्बाई तथा उसकी छाया की लम्बाई का अनुपात $1:\sqrt{3}$ हो तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा।

(a) 30^0 (b) 45^0 (c) 60^0 (d) 90^0

(iv) बिन्दु (0, 5) की y अक्ष से दूरी है

(a) 0 (b) 5 (c) –5 (d) इनमें से कोई नहीं

(vii) की भुजा AB व AC पर D और E इस प्रकार स्थित है कि $DE \parallel BC$ तथा $AD = 6$ सेमी, $DB = 90$ सेमी, $AE = 8$ सेमी हो तो EC का मान होगा–

(a) 12सेमी (b) 15सेमी (c) 21सेमी (d) 20सेमी

(viii) एक ठोस अर्द्ध गोले का व्यास 7 सेमी है तो उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।

(a) 147π वर्ग सेमी (b) 196π वर्ग सेमी (c) 98π वर्ग सेमी (d) 49π वर्ग सेमी

(ix) किसी वृत की त्रिज्या 10 सेमी है तथा वृत के कन्द्र से 6 सेमी दूर स्थित जीवा की लम्बाई है

(a) 16 सेमी (b) 8 सेमी (c) 4 सेमी (d) 5 सेमी

(x) यदि $P(A) = 0.65$ है तो "A नहीं" की प्रायिकता क्या है–

(a) 0.35 (b) 1 (c) 0 (d) 0.65

प्रश्न. 2. द्वन्द्व योग विधि द्वारा 27 का वर्ग ज्ञात करो।

प्रश्न. 3. एकाधिकेन पूर्वेण विधि का प्रयोग कर 106 का घनफल ज्ञात करो।

प्रश्न. 4. समान्तर श्रेढ़ी $\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 5\sqrt{2},$ .... का 18वां पद ज्ञात करो।

प्रश्न. 5. दो पासों को फेंकने पर अंको का योग 8 आने की प्रायिकता ज्ञात करो।

प्रश्न. 6. एक लीप वर्ष में 53 रविवार आने की प्रायिकता ज्ञात करो।

प्रश्न. 7. रोक दृष्टि दूरी का समीकरण लिखिए।

प्रश्न. 8. यातायात संकेतो में लाल बत्ती की आकृति किस प्रकार की होती है।

प्रश्न. 9. बिन्दु (3, 4) की मूल बिन्दू से दूरी ज्ञात करो।

प्रश्न. 10. दो समान्तर रेखाओं से समदूरस्थ बिन्दुओं का बिन्दुपथ होता है ?

प्रश्न. 11. एक थैले में 5 लाल तथा 3 सफेद गेदे हैं। इस थैले से यादृच्छया एक गेंद निकाली जाती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाली गई गेंद सफेद नहीं है।

SECTION-B

प्रश्न. 12. 3 पेन और 2 पेन्सिल का मूल्य 5 रूपये है और 5 पेन व 6 पेन्सिल का कुल मूल्य 9 रूपये है। इसे बीज गणितीय रूप में लिखिए।

प्रश्न 13. सिद्ध करो कि $\cos 60^0 = 2\cos^2 30^0 - 1$

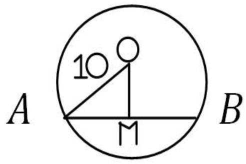
प्रश्न 14. $21015 \div 879$ ध्वजांक विधि द्वारा हल करो

प्रश्न 15. बहुपद $x^2 - x - 6$ के शून्यक ज्ञात करो तथा शून्यांकों का योगफल क्या होगा

प्रश्न 16. किसी स्तम्भ की चोटी का उन्नयन कोण समतल पर स्थित एक बिन्दु से 15^0 है। स्तम्भ की ओर 100 मीटर चलने पर उन्नयन कोण 30^0 हो जाता है, तो स्तम्भ की ऊंचाई ज्ञात करो। (जहाँ $\tan 15^0 = 2 - \sqrt{3}$)

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 17. दी गई आकृति में वृत की त्रिज्या $0A = 10$ सेमी तथा जीवा A की लम्बाई 12 सेमी है। जीवा की केन्द्र से दूरी का मान ज्ञात करो।



प्रश्न 18. एक वृत 3 सेमी त्रिज्या का खींचकर जिसके केन्द्र 0 से 5 सेमी दूर स्थित बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएं खींचिए।

प्रश्न. 19. एक हवाई जहाज से प्रेक्षण करने पर एक 50 मीटर ऊंची मीनार के शिखर व पाद के अवनमन कोण क्रमशः 30^0 और 45^0 प्राप्त होते हैं। हवाई जहाज की धरातल से ऊंचाई ज्ञात करो।

SECTION–C

प्रश्न. 20. यदि दो त्रिभुजों में संगत भुजाओं का अनुपात बराबर हो, तो दोनो त्रिभुज परस्पर समरूप त्रिभुज होते है

प्रश्न. 21. यदि चतुर्भुज के शीर्ष (1,4),(-5,4)(-5,-3) और (1,-3) हो तो चतुर्भज किस प्रकार का चतुर्भुज होगा?

प्रश्न. 22. 8 सेमी त्रिज्या वाले वृत के अन्दर खींचे जा सकने वाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

प्रश्न. 23. 10 सेमी त्रिज्या वाले वृत में दो समान्तर जीवाओं की लम्बाई क्रमशः 12 सेमी तथा 16 सेमी है। दोनो जीवाएं वृत के केन्द्र के एक ही ओर स्थित हो, तो दोनो जीवाओं के मध्य दूरी ज्ञात करो।

SECTION-D

प्रश्न. 24. एक खोखला गोला शेल 2 सेमी मोटा है। यदि इसकी बाह्य त्रिज्या 8 सेमी है तो इसमें लगी धातु का आयतन ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक बेलन की त्रिज्या तथा ऊंचाई का अनुपात 1 : 3 है यदि बेलन का आयतन 3234 सेमी³ है। तब बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

प्रश्न. 25. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए तथा वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जहां ये रेखाएं $x-$ अक्ष को प्रतिच्छेद करती हैं।

$2x + y = 6$

$4x - 2y = 4$

SECTION-E

प्रश्न. 26. अशोक जयपुर से तथा विजय अजमेर से साथ–साथ एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करते है। यदि वे समान दिशा में चले तो 8 घंटे तथा विपरीत दिशा में चले तो 1 घण्टे में मिलते है तो दोनो की चाल ज्ञात करो जबकि जयपुर व अजमेर के मध्य की दूरी 128 किमी है।

प्रश्न 27. कल्पित माध्य 25 मानकर निम्न बंटन का माध्य तथा माध्यक ज्ञात करो।

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
	6	10	13	7	4

प्रश्न 28. सिद्ध करो $\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$

अथवा

$$\sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}} = \cot\theta + \cos ecs$$

मॉडल प्रश्न पत्र – 2

SECTION-A

प्रश्न 1. निम्नांकित प्रश्नों में से दिये गये सही विकल्प का चयन कर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए।

(i) 15 का वर्ग होगा–

(a) 662 (b) 225 (c) 125 (d) 325

(ii) बहुपद $f(x)=4x+2$ में $x=2$ रखने पर बहुपद का मान होगा–

(a) 10 (b) 8 (c) 12 (d) 6

(iii) द्विघात बहुपद $3x^2+5x-2$ के शून्यंकों का योग होगा –

(a) $\frac{-5}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) -2 (d) $\frac{1}{3}$

(iv) $\tan\frac{\pi}{4}$ का मान होगा–

(a) 0 (b) –1 (c) 1 (d) अनन्त

(v) एक ऊर्ध्वाधर छड़ की लंबाई तथा इसकी छाया का अनुपात $1:\sqrt{3}$ हो तो सूर्य का उन्नयन कोण है–

(a) 30^0 (b) 45^0 (c) 60^0 (d) 90^0

(vi) बिंदु (–3,4) की y अक्ष दूरी होगी–

(a) –3 (b) 3 (c) 4 (d) 1

(vii) यदि किसी त्रिभुज की दो माध्यिकाएँ समान है तो त्रिभुज होगा

(a) समबाहु त्रिभुज (b) समद्विबाहु त्रिभुज (c) विषमबाहु त्रिभुज (d) इनमें से कोई नहीं

(viii) तीन संरेखीय बिंदु से गुजरने वाले वृतों की संख्या होगी–

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) अंनत

(ix) 1.4 सेंटीमीटर त्रिज्या वाले गोले का आयतन होगा–

(a) $12.32\,cm^2$ (b) $24.64\,cm^2$ (c) $14.32\,cm^2$ (d) $64.24\,cm^2$

(x) बंटन 2, 3, 4, 5, 7, 1 का माध्यक है–

(a) 4 (b) 7 (c) 11 (d) 3.5

प्रश्न 2. सूत्र निखिलम का प्रयोग करते हुए 99 का वर्ग ज्ञात करो–

प्रश्न 3. समांतर श्रेणी 9, 13, 17, 21, ... का कौन सा पद –81 है ।

प्रश्न 4. सूत्र निखिलम से 15 का घनफल ज्ञात करो।

प्रश्न 5. एक पासे को फेंकने पर सम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात करो।

प्रश्न 6. यदि P(A) =0.65 हो तो "Aनहीं" की प्रायिकता क्या होगी।

प्रश्न 7. रोक दृष्टि दूरी का समीकरण लिखिए।

प्रश्न 8. यदि बिंदु $(x,3)$ और $(5,7)$ के बीच की दूरी 5 है तो x का मान ज्ञात करो।

प्रश्न 9. दो बिंदुओं से समदुरस्थ बिंदुओं का बिंदुपथ क्या होगा।

प्रश्न 10. एक वृत्त पर कितनी स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं।

प्रश्न 11. दो पासों को एक साथ फेंकने पर संख्याओं का योग 9 आने की प्रायिकता क्या होगी।

SECTION-B

प्रश्न 12. द्वंद योग विधि से 4225 का वर्गमूल ज्ञात करो

प्रश्न 13. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यको का योग और गुणनफल क्रमशः –3 और 2 है।

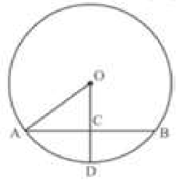
प्रश्न 14. $x\geq 2$ आलेख विधि से हल समुच्चय दर्शाइए

प्रश्न 15. $\sin^2 60^0+\cot^2 60^0$ का मान ज्ञात कीजिए

प्रश्न 16. एक मीनार के आधार से 100 मीटर दूरी पर स्थित बिंदु से शिखर का उन्नयन कोण 30^0 है तो मीनार की ऊंचाई ज्ञात करो

शेखावाटी मिशन–100

प्रश्न 17. दी गई आकृति में $OA = 5$ सेमी $AB = 8$ सेमी तथा OD जीवा AB पर लंब है तो CD का मान ज्ञात कीजिए।



प्रश्न 18. 7.8 सेंटीमीटर लंबाई का एक रेखाखंड खींचो व इसे 3 : 5 में इसका आन्तरिक विभाजन करो

प्रश्न 19. यदि सूर्य का उन्नयन कोण 30^0 से 60^0 में परिवर्तित हो जाता है तो इन दोनों उन्नयन कोणों पर 15 मीटर ऊंचे खंभे की छाया की लंबाई में अंतर ज्ञात करो।

SECTION-C

प्रश्न 20. (–2,–1),(–1, 1), (5,–2) और (4,–4) सिद्ध करो ये एक आयत के शीर्ष है–

अथवा

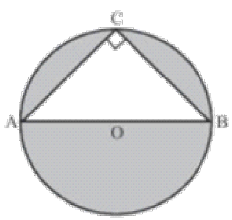
सिद्ध करो कि दो त्रिभुजों में संगत भुजाओं का अनुपात बराबर हो तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

प्रश्न 21. सिद्ध कीजिए कि बिंदु (1, 1), (–2, 7) व (3, –3) संरेखीय हैं ।

अथवा

सिद्ध करो कि यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करें तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।

प्रश्न 22. दी गई आकृति में AB वृत का व्यास है । $AC = 6$ सेंटीमीटर $BC = 8$ सेंटीमीटर हो तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए–



अथवा

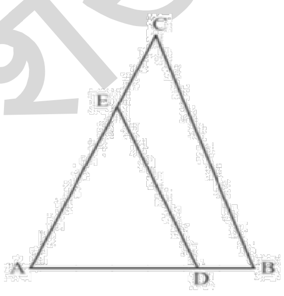
सिद्ध करो कि यदि किसी वृत की जीवाएं केंद्र से बराबर दूरी पर हो तो वे परस्पर बराबर होती है

प्रश्न 23. एक वृत ΔABC की भुजा BC को P पर बाह्य स्पर्श करता है तथा AB व AC को आगे बढ़ाए जाने पर वह Q और R पर स्पर्श करता है तो सिद्ध कीजिए

$AQ = \frac{1}{2}(\Delta ABC \text{ की परिमिति})$

अथवा

दी गई आकृति में $DE \parallel BC$ है यदि $AD = x$, $DB = x-2, AE = x+2$ और $EC = x-1$ हो तो x का मान ज्ञात करो–



SECTION-D

प्रश्न 24. 3 सेंटीमीटर त्रिज्या लेकर एक वृत बनाइए जिसके केंद्र से 5 सेंटीमीटर दूर स्थित बिंदु P से दो स्पर्श रेखाएं खींचिए तथा लंबाई की गणना कीजिए।

प्रश्न 25. $2x + 4y = 10, 3x + 6y = 12$ को आलेख विधि द्वारा हल करो–

अथवा

$x + y = 5, 2x + 2y = 10$ को आलेख विधि द्वारा हल करो–

शेखावाटी मिशन–100

SECTION-E

प्रश्न 26. किसी मीनार के आधार से a और b दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित बिंदु क्रमशः c और d से देखने पर मीनार के शीर्ष के उन्नयन कोण एक दूसरे के पूरक हैं सिद्ध कीजिए की मीनार की ऊंचाई $\sqrt{ab}$ है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

प्रश्न 27. निम्न बारंबारता का माध्यक ज्ञात कीजिए–

वर्ग अंतराल	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85
बारंबारता	6	20	44	26	3

अथवा

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$$

प्रश्न 28. यदि $\sin\theta + \cos\theta = p$ और $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$ तो सिद्ध करो $q(p^2 - 1) = 2p$

अथवा

कल्पित माध्य 25 मानकर निम्न बंटन का माध्य ज्ञात करो

वर्ग अंतराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारंबारता	6	10	13	7	4

शेखावाटी मिशन–100

ALLEN CAREER INSTITUTE KOTA (RAJASTHAN)
path to success
SIKAR, RAJASTHAN

सपने होंगे सच

Pre-Nurture & Career Foundation Division

Class 6th to 10th | NTSE | OLYMPIADS & BOARD

Admission Open

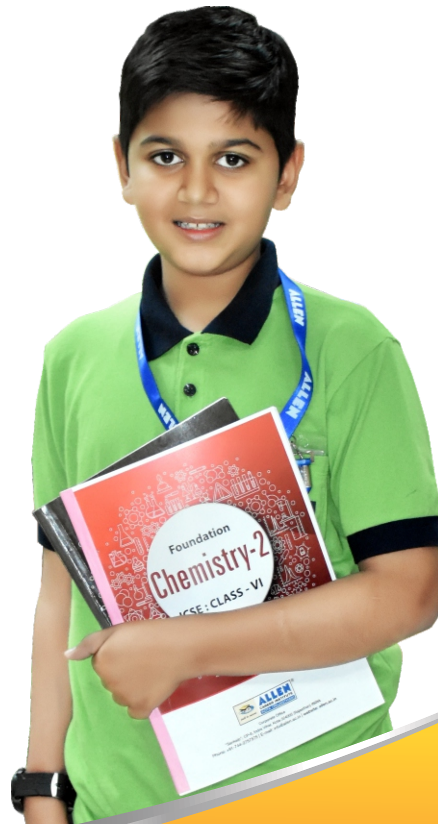
Session 2021-22

New Batches for

Class 6th to 10th

7 April & 12 May 2021

(*ENGLISH MEDIUM*)



Strong Foundation Leads to

EXTRAORDINARY RESULTS

ALLEN SIKAR

Classroom Students

Qualified for

INMO

Indian National Mathematical Olympiad

&

INJSO

Indian National Junior Science Olympiad

(Conducted by HBCSE)

KRISH GUPTA
Class: 10th

DINESH BENIWAL
Class: 10th

HIMANSHU THALOR
Class: 9th

ALLEN® SIKAR Result : JEE (Adv.) 2020

प्रथम वर्ष में ही JEE (Adv.) का सर्वश्रेष्ठ परिणाम

AIR **736**

AIR **836**

SUBHASH
Classroom Student

KULDEEP SINGH CHOUHAN
Classroom Student

ALLEN® SIKAR Result : JEE (Main) 2021 (Feb. Attempt)

दो साल बेमिसाल

एलन सीकर ने गढ़े कीर्तिमान,
जेईई–मेन में दिए
शेखावाटी टॉपर्स

MATHEMATICS 100 PERCENTILE

शेखावाटी टॉपर

शेखावाटी गर्ल्स टॉपर

ROHIT KUMAR
Classroom
99.9892474 %tile

SAKSHI GUPTA
Classroom
99.8925637 %tile

ALLEN® SIKAR Result : NEET (UG) 2020

प्रथम वर्ष में एलन सीकर, क्लासरूम के 165 + विद्यार्थियों को मिला सरकारी मेडिकल कॉलेज में प्रवेश

680/720
AIR 695
AIIMS Jodhpur

675/720
AIR 866
AIIMS Jodhpur

LAVPREET KAUR GILL
Classroom Student

AYUSH SHARMA
Classroom Student

SARVANISHTHA | RAHUL BHINCHAR | JITENDRA P.S. RATHORE | AYUSH CHOUDHARY | RAVEENA CHOUDHARY | AAKANKSHA CHAUDHARY | RAMPRATAP CHOUDHARY

PRACHI RAJPUROHIT | NIKITA | DAYANAND JYANI | ANNU | DEEPIKA GOENKA | OM PRAKASH JAT | PRAVEEN KUMAR YADAV

ADITI | MANASVI JANGIR | SANJAY SAIN | SUMIT CHOUDHARY | ANKIT | HEMANT DHAYAL

UPCOMING NEW BATCHES for JEE (Main+Adv.) & NEET (UG)

(Hindi & English Medium)

NURTURE BATCH	ENTHUSIAST BATCH	LEADER BATCH
(For Class 10th to 11th Moving Students) Starting from	(For Class 11th to 12th Moving Students) Starting from	(For Class 12th Appeared / Pass Students) Starting from
2, 9, 16 June & 30 June 2021	**7 April 2021** Both 11th & 12th syllabus will be covered	**2 June & 16 June 2021**

ALLEN® SIKAR

TEAM ALLEN @ SIKAR

एलन स्कॉलरशिप एडमिशन टेस्ट (ASAT)

04, 11, 25 अप्रैल 2021 | 09, 23, 30 मई 2021, 06, 13, 20, 27 जून 2021

90% तक स्कॉलरशिप

ALLEN® CAREER INSTITUTE KOTA (RAJASTHAN) *path to success*

DOWNLOAD FREE SAMPLE PAPERS

ALLEN Sikar Center: "SANSKAR," Near Piprali Circle, Sikar-Jhunjhunu Bypass, Piprali Road, Samrathpura, Sikar
Tel.: 01572-262400 | **E-mail** : sikar@allen.ac.in

Corporate Office : "SANKALP", CP-6, Indra Vihar, Kota (Raj.) INDIA, 324005
Tel.: 0744-2757575 | **Email**: info@allen.ac.in | **Web**: www.allen.ac.in

ALLEN Info & Admission App
Download from Google play

www.allen.ac.in/sikar | facebook.com/allensikar | twitter.com/allensikar | youtube.com/allencareerinstitute